

【微分方程与动力系统研究】

一类两阶段结构同类相食时滞模型的分岔周期解

张子振, 邹俊宸

(安徽财经大学 管理科学与工程学院, 安徽 蚌埠 233030)

摘 要: 研究一类具有两阶段结构的同类相食时滞模型。模型假设成年个体会捕食同类幼年个体, 并考虑幼年个体成长为成年个体的时间周期时滞。以幼年个体成长为成年个体的时间周期时滞为分岔参数, 研究了模型 Hopf 分岔的存在性, 进而研究了 Hopf 分岔的性质。最后, 利用数值模拟验证了所得结果的正确性。

关键词: 时滞; 同类相食; Hopf 分岔; 稳定性

中图分类号: O 175 **文献标识码:** A **DOI:** 10.13486/j.cnki.1673-2618.2022.06.006

0 引言

数学生物学已经成为一个非常重要的研究领域^[1-2]。由于气候或者环境的变化, 许多种群面临食物短缺甚至生存的威胁, 因此种群内捕食或同类相食在许多生物种群中广泛存在, 比如浮游生物、蝗虫、鱼类和蜘蛛。因此, 近年来考虑同类相食现象的种群动力学模型受到了国内外研究学者的关注。Lin 等^[3]提出了一类在食饵种群内部存在同类相食的 Leslie-Gower 型捕食模型, 并研究了模型的局部和全局稳定性。研究结果表明, 食饵种群内部的同类相食并不影响模型的局部稳定性。Li 等^[4]研究了一类捕食者具有阶段结构且在捕食者种群内部存在同类相食的捕食模型, 讨论了模型的局部和全局稳定性, 并推导出模型出现周期解的充分条件。Basheer 等^[5]则研究了一类在捕食者和食饵种群内部均存在同类相食的 Holling-Tanner 型捕食模型。考虑到空间结构对种群动态的影响, Duan 等^[6-8]分别研究了不同形式的具有扩散项和同类相食现象的捕食模型。赵甜等^[9]将同类相食引入成年个体具有密度制约的两阶段种群模型, 研究了同类相食对两阶段结构种群模型的动力学影响。

最近, 朱雪等^[10]在文献[9, 11]的基础上, 提出了具有两阶段结构的同类相食种群动力学模型

$$\begin{cases} \frac{dJ(t)}{dt} = \frac{bA(t)}{1+\epsilon_1 J(t)} - \alpha A(t)J(t) - (\mu_1 + B)J(t), \\ \frac{dA(t)}{dt} = \beta J(t) - \frac{\mu_2 A(t)}{1+\epsilon_2 J(t)}. \end{cases} \quad (1)$$

其中, $J(t)$ 和 $A(t)$ 分别表示幼年个体和成年个体在时刻 t 的数量, b 表示在没有幼年个体制约的情况下每个成年个体的繁殖率, α 表示成年个体对幼年个体的捕获率, μ_1 表示幼年个体的自然死亡率, β 为幼年个体向成年个体的转化率, μ_2 为成年个体在没有捕食幼年个体的情况下的死亡率, ϵ_1 为幼年个体对其出生率的制约系数, ϵ_2 为成年个体捕食幼年个体后其死亡率降低的系数。朱雪等^[10]通过构建合适的李雅普诺夫函数, 推导出模型(1)临界平衡点和正平衡点全局渐近稳定的充分条件, 并通过构建合适的 Dulac 函数

收稿日期: 2021-11-19

基金项目: 国家自然科学基金项目(12061033)

第一作者简介: 张子振(1982—), 男, 山东聊城人, 教授, 博士, 主要从事系统动力学研究。E-mail: zzzhaida@163.com

排除了模型(1)周期解的存在性。显然,模型(1)假设幼年个体向成年个体的转化是瞬时的。而在现实世界中,任何幼年个体都需要一个成长周期才会成年。即,模型(1)忽略了幼年个体的成长周期。另一方面,时滞会影响动力学系统的稳定性,进而导致分岔周期解的出现^[12-14]。基于以上考虑,本文在模型(1)中引入幼年个体的成长周期时滞,研究两阶段结构同类相食时滞种群动力学模型

$$\begin{cases} \frac{dJ(t)}{dt} = \frac{bA(t)}{1+\epsilon_1 J(t)} - \alpha A(t)J(t) - \mu_1 J(t) - \beta J(t-\tau), \\ \frac{dA(t)}{dt} = \beta J(t-\tau) - \frac{\mu_2 A(t)}{1+\epsilon_2 J(t)}. \end{cases} \quad (2)$$

其中, τ 表示幼年个体成长的时间周期时滞。

1 Hopf 分岔的存在性

根据文献[10]中的分析结果可知,当 $\beta b > \mu_2(\mu_1 + \beta)$ 时,模型(2)存在正平衡点 $E_*(J_*, A_*)$, 其中, $A_* = \frac{\beta J_*(1+\epsilon_2 J_*)}{\mu_2}$, J_* 是方程

$$\Xi_3 J^3 + \Xi_2 J^2 + \Xi_1 J + \Xi_0 = 0 \quad (3)$$

的正根。其中, $\Xi_0 = \mu_2(\mu_1 + \beta) - \beta b$, $\Xi_1 = \mu_2 \epsilon_1(\mu_1 + \beta) + \alpha \beta - \beta b \epsilon_2$, $\Xi_2 = \alpha \beta(\epsilon_1 + \epsilon_2)$, $\Xi_3 = \alpha \beta \epsilon_1 \epsilon_2$ 。

模型(2)在 $E_*(J_*, A_*)$ 处的特征方程为

$$\lambda^2 + \beta_1 \lambda + \beta_0 + (\gamma_1 \lambda + \gamma_0) e^{-\lambda \tau} = 0. \quad (4)$$

其中,

$$\begin{aligned} \beta_0 &= \beta_{11} \beta_{22} - \beta_{12} \beta_{21}, \beta_1 = -(\beta_{11} + \beta_{22}), \gamma_0 = -\beta(\beta_{12} + \beta_{22}), \gamma_1 = \beta, \\ \beta_{11} &= -\frac{b \epsilon_1 A_*}{(1+\epsilon_1 J_*)^2} - (\alpha A_* + \mu_1), \beta_{12} = \frac{b}{1+\epsilon_1 J_*}, \beta_{21} = \frac{\mu_2 \epsilon_2 A_*}{(1+\epsilon_2 J_*)^2}, \beta_{22} = -\frac{\mu_2}{1+\epsilon_2 J_*}. \end{aligned}$$

当 $\tau=0$ 时,方程(4)变为 $\lambda^2 + (\beta_1 + \gamma_1)\lambda + \beta_0 + \gamma_0 = 0$ 。显然,如果 $\beta_0 + \gamma_0 > 0$ 且 $\beta_1 + \gamma_1 > 0$, 则当 $\tau=0$ 时模型(2)局部渐近稳定。

对于 $\tau > 0$, 假设 $\lambda = i\omega (\omega > 0)$ 为方程(4)的根并代入方程(4), 得到

$$\begin{cases} \gamma_1 \omega \sin(\tau \omega) + \gamma_0 \cos(\tau \omega) = \omega^2 - \beta_0, \\ \gamma_1 \omega \cos(\tau \omega) - \gamma_0 \sin(\tau \omega) = -\beta_1 \omega. \end{cases}$$

进而,

$$\omega^4 + (\beta_1^2 - 2\beta_0 - \gamma_1^2)\omega^2 + \beta_0^2 - \gamma_0^2 = 0. \quad (5)$$

令 $\omega^2 = \Theta$, 则方程(5)变为

$$\Theta^2 + (\beta_1^2 - 2\beta_0 - \gamma_1^2)\Theta + \beta_0^2 - \gamma_0^2 = 0. \quad (6)$$

显然,如果 $\beta_0^2 - \gamma_0^2 < 0$ 则方程(6)存在唯一正根

$$\Theta_0 = \frac{\sqrt{(\beta_1^2 - 2\beta_0 - \gamma_1^2)^2 - 4(\beta_0^2 - \gamma_0^2)} - (\beta_1^2 - 2\beta_0 - \gamma_1^2)}{2}.$$

因此,方程(5)存在唯一正根 $\omega_0 = \sqrt{\Theta_0}$ 。进而得到

$$\tau_0 = \frac{1}{\omega_0} \times \arccos\left[\frac{(\gamma_0 - \beta_1 \gamma_1)\omega_0^2 - \beta_0 \gamma_0}{\gamma_1^2 \omega_0^2 + \gamma_0^2}\right].$$

根据方程(3), 有

$$\left[\frac{d\lambda}{d\tau}\right]^{-1} = -\frac{2\lambda + \beta_1}{\lambda(\lambda^2 + \beta_1 \lambda + \beta_0)} + \frac{\gamma_1}{\lambda(\gamma_1 \lambda + \gamma_0)} - \frac{\tau}{\lambda}, \text{Re}\left[\frac{d\lambda}{d\tau}\right]_{\tau=\tau_0}^{-1} = \frac{2\Theta_0 + (\beta_1^2 - 2\beta_0 - \gamma_1^2)}{\gamma_1^2 \omega_0^2 + \gamma_0^2}.$$

根据 Θ_0 的表达式可知, $2\Theta_0 + (\beta_1^2 - 2\beta_0 - \gamma_1^2) > 0$ 。因此, $\text{Re}\left[\frac{d\lambda}{d\tau}\right]_{\tau=\tau_0}^{-1} > 0$ 成立。根据文献[15]中 Hopf 分岔

存在性定理, 可以有下列结果。

定理 1 对于系统(2), 如果 $\beta b > \mu_2(\mu_1 + \beta)$ 且 $\beta_0^2 - \gamma_0^2 < 0$, 当 $\tau \in [0, \tau_0]$ 时, 模型(2)局部渐近稳定; 当 $\tau = \tau_0$ 时, 系统(2)在 $E_*(J_*, A_*)$ 附近出现 Hopf 分岔, 并产生一簇分岔周期解。

2 分岔周期解的性质

$\tau = \tau_0 + v, v \in \mathbf{R}$, 并对 τ 做处理 $t \rightarrow (t/\tau)$ 。令 $Y_1(t) = J(t) - J_*, Y_2(t) = A(t) - A_*$ 。则模型(2)变为

$$\dot{Y}(t) = L_v Y_t + F(v, Y_t). \quad (7)$$

其中, $Y(t) = (Y_1(t), Y_2(t))^T \in C[-1, 0], \mathbf{R}^2$, 并且

$$L_v(\phi) = (\tau_0 + v)(X_1 \phi(0) + X_2 \phi(-1)), F(v, \phi) = (\tau_0 + v)(F_1, F_2),$$

$$X_1 = \begin{bmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} \\ -\beta_{21} & \beta_{22} \end{bmatrix}, X_2 = \begin{bmatrix} -\beta & 0 \\ \beta & 0 \end{bmatrix},$$

$$F_1 = \beta_{13} \phi_1^2(0) + \beta_{14} \phi_1(0) \phi_2(0) + \beta_{15} \phi_1^3(0) + \beta_{16} \phi_1^2(0) \phi_2(0) + \dots,$$

$$F_2 = \beta_{23} \phi_1^2(0) + \beta_{24} \phi_1(0) \phi_2(0) + \beta_{25} \phi_1^3(0) + \beta_{26} \phi_1^2(0) \phi_2(0) + \dots,$$

$$\beta_{13} = \frac{b\epsilon_1^2 A_*}{(1 + \epsilon_1 J_*)^3}, \beta_{14} = \frac{b\epsilon_1}{(1 + \epsilon_1 J_*)^2}, \beta_{15} = \frac{b\epsilon_1^2}{(1 + \epsilon_1 J_*)^3}, \beta_{16} = -\frac{b\epsilon_1^3 A_*}{(1 + \epsilon_1 J_*)^4},$$

$$\beta_{23} = -\frac{\mu_2 \epsilon_2^2 A_*}{(1 + \epsilon_2 J_*)^3}, \beta_{24} = \frac{\mu_2 \epsilon_2}{(1 + \epsilon_2 J_*)^2}, \beta_{25} = -\frac{\mu_2 \epsilon_2^2}{(1 + \epsilon_2 J_*)^3}, \beta_{26} = \frac{\mu_2 \epsilon_2^2 A_*}{(1 + \epsilon_2 J_*)^4}.$$

所以, 存在 $\eta(\theta, v)$, 当 $\theta \in [-1, 0]$ 时, 使得 $L_v(\phi) = \int_{-1}^0 d\eta(\theta, v) \phi(\theta)$ 。对 $\phi \in C[-1, 0], \mathbf{R}^2$, 选取

$$\eta(\theta, v) = (\tau_0 + v)(X_1 \delta(\theta) + X_2 \delta(\theta + 1)),$$

其中, $\delta(\theta)$ 是狄拉克函数。对 $\phi \in C[-1, 0], \mathbf{R}^2$, 定义

$$B(v)\phi = \begin{cases} \frac{d\phi(\theta)}{d\theta}, & -1 \leq \theta < 0, \\ \int_{-1}^0 d\eta(\theta, v) \phi(\theta), & \theta = 0, \end{cases} \quad R(v)\phi = \begin{cases} 0, & -1 \leq \theta < 0, \\ F(v, \phi), & \theta = 0. \end{cases}$$

系统(7)可以转化为 $\dot{Y}(t) = B(v)Y_t + R(v)Y_t$ 。对 $\varphi \in C^1([0, 1], (\mathbf{R}^2)^*)$, 定义

$$B^* \varphi(s) = \begin{cases} \frac{d\varphi(s)}{ds}, & 0 < s \leq 1, \\ \int_{-1}^0 d\eta^T(s, 0) \varphi(-s), & s = 0, \end{cases} \quad \langle \varphi(s), \phi(\theta) \rangle = \bar{\varphi}(0) \phi(0) - \int_{\theta=-1}^0 \int_{\xi=0}^{\theta} \bar{\varphi}(\xi - \theta) d\eta(\theta) \phi(\xi) d\xi,$$

其中, $\eta(\theta) = \eta(\theta, 0)$ 。

令 $\Gamma(\theta) = (1, \Gamma_2)^T e^{i\omega_0 \tau_0 \theta}$ 是 $B(0)$ 相对于特征值 $i\omega_0 \tau_0$ 的特征向量, $\Gamma^*(s) = Q(1, \Gamma_2^*)^T e^{i\omega_0 \tau_0 s}$ 是 $B^*(0)$ 相对于特征值 $-i\omega_0 \tau_0$ 的特征向量。经过计算得

$$\Gamma_2 = \frac{i\omega_0 - \beta_{11} + \beta e^{-i\tau_0 \omega_0}}{\beta_{12}}, \Gamma_2^* = \frac{\beta e^{-i\tau_0 \omega_0} - i\omega_0 - \beta_{11}}{\beta_{21} + \beta e^{-i\tau_0 \omega_0}}, \bar{Q} = [1 + \Gamma_2 \bar{\Gamma}_2^* + \tau_0 e^{-i\tau_0 \omega_0} (\beta \bar{\Gamma}_2^* - \beta)]^{-1}.$$

于是, $\langle \Gamma^*(s), \Gamma(\theta) \rangle = 1$ 。

利用文献[13]中相似的计算过程, 可以得到

$$g_{20} = 2\tau_0 \bar{Q}(\beta_{13} + \beta_{14} \Gamma_2 + \bar{\Gamma}_2^* (\beta_{23} + \beta_{24} \Gamma_2)), \quad g_{11} = \tau_0 \bar{D}(2\beta_{13} + \beta_{14} (\Gamma_2 + \bar{\Gamma}_2) + \bar{\Phi}_2^* (2\beta_{23} + \beta_{24} (\Gamma_2 + \bar{\Gamma}_2))),$$

$$g_{02} = 2\tau_0 \bar{Q}(\beta_{13} + \beta_{14} \bar{\Gamma}_2 + \bar{\Gamma}_2^* (\beta_{23} + \beta_{24} \bar{\Gamma}_2)),$$

$$g_{21} = 2\tau_0 \bar{D}(\beta_{13} (2W_{11}^{(1)}(0) + W_{20}^{(1)}(0)) + \beta_{14} W_{11}^{(1)}(0) \Gamma_2 + \frac{1}{2} W_{20}^{(1)}(0) \bar{\Gamma}_2 + W_{11}^{(2)}(0) + \frac{1}{2} W_{20}^{(2)}(0)) +$$

$$\beta_{15} (\bar{\Gamma}_2 + 2\Gamma_2) + 3\beta_{16} + \bar{\Phi}_2^* (\beta_{23} (2W_{11}^{(1)}(0) + W_{20}^{(1)}(0)) + \beta_{24} (W_{11}^{(1)}(0) \Gamma_2 +$$

$$\frac{1}{2}W_{20}^{(1)}(0)\bar{\Gamma}_2 + W_{11}^{(2)}(0) + \frac{1}{2}W_{20}^{(2)}(0) + \beta_{25}(\bar{\Gamma}_2 + 2\Gamma_2) + 3\beta_{26}),$$

$$W_{20}(\theta) = \frac{ig_{20}}{\omega_0\tau_0}\Gamma(\theta) + \frac{ig_{02}}{3\omega_0\tau_0}\bar{\Gamma}(\theta) + A_1 e^{2i\omega_0\tau_0\theta}, W_{11}(\theta) = -\frac{ig_{11}}{\omega_0\tau_0}\Gamma(\theta) + \frac{ig_{11}}{\omega_0\tau_0}\bar{\Gamma}(\theta) + A_2,$$

并且

$$A_1 = 2 \begin{bmatrix} 2i\omega_0 - \beta_{11} + \beta e^{2i\omega_0\tau_0} & -\beta_{12} \\ -\beta_{21} - \beta e^{2i\omega_0\tau_0} & 2i\omega_0 - \beta_{22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \beta_{13} + \beta_{14}\Gamma_2 \\ \beta_{23} + \beta_{24}\Gamma_2 \end{bmatrix}, A_2 = - \begin{bmatrix} \beta_{11} - \beta & \beta_{12} \\ \beta_{21} + \beta & \beta_{22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 2\beta_{13} + \beta_{14}(\Gamma_2 + \bar{\Gamma}_2) \\ 2\beta_{23} + \beta_{24}(\Gamma_2 + \bar{\Gamma}_2) \end{bmatrix}.$$

进而得到确定分岔周期解稳定性的系数

$$C_1(0) = \frac{i}{2\omega_0\tau_0}(g_{11}g_{20} - 2|g_{11}| - \frac{|g_{02}|^2}{3}) + \frac{g_{21}}{2}, Z_1 = \frac{\text{Re}\{C_1(0)\}}{\text{Re}\{\lambda'(\tau_0)\}}, Z_2 = 2\text{Re}\{C_1(0)\}. \quad (8)$$

定理 2 对于模型(2),当 $Z_1 > 0$ 时, Hopf 分岔是超临界的; 当 $Z_1 < 0$ 时, Hopf 分岔是次临界的; 当 $Z_2 > 0$ 时, 分岔周期解是不稳定的; 当 $Z_2 < 0$ 时, 分岔周期解是稳定的。

3 数值模拟

令 $b=0.2, \epsilon_1=0.5, \alpha=0.05, \mu_1=0.3, \beta=0.75, \mu_2=0.13, \epsilon_2=0.52$ 。模型(2)变为

$$\begin{cases} \frac{dJ(t)}{dt} = \frac{0.2A(t)}{1+0.5J(t)} - 0.05A(t)J(t) - 0.3J(t) - 0.75J(t-\tau), \\ \frac{dA(t)}{dt} = 0.75J(t-\tau) - \frac{0.13A(t)}{1+0.52J(t)}, \end{cases} \quad (9)$$

则 $\beta b = 0.15, \mu_2(\mu_1 + \beta) = 0.1365$ 。显然, $\beta b > \mu_2(\mu_1 + \beta)$ 成立。方程(3)变为

$$0.00975J^3 + 0.03825J^2 + 0.02775J - 0.0135 = 0.$$

利用 Matlab 软件可以计算得到模型(9)存在正平衡点 $E_*(0.3269, 2.2066)$ 。进而有 $\omega_0 = 0.6651, \tau_0 = 4.4725$ 。根据定理 1 可知, 当 $\tau \in [0, \tau_0 = 4.4725)$ 时, 模型(9)局部渐近稳定, 仿真效果如图 1 所示。当 $\tau = \tau_0 = 4.4725$ 时, 模型(9)失去稳定, 发生 Hopf 分岔, 并在 $E_*(0.3269, 2.2066)$ 附近产生分岔周期解, 仿真效果如图 2 所示。

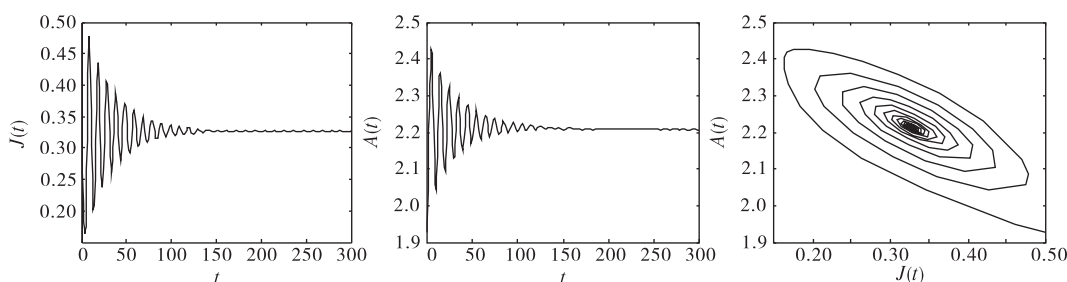


图 1 当 $\tau=3.9479$ 时, 模型(9)局部渐近稳定

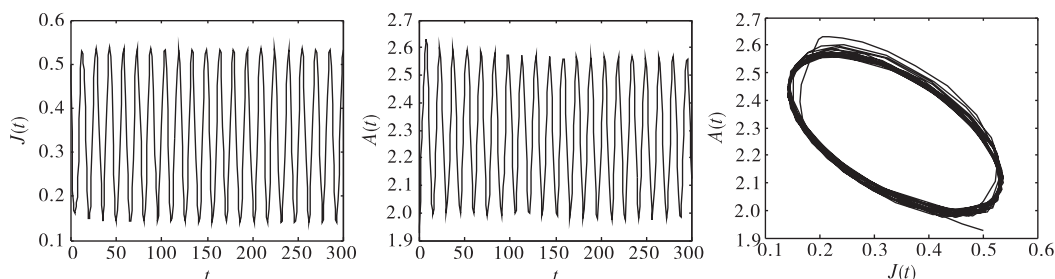


图 2 当 $\tau=6.8245$ 时, 模型(9)失去稳定并产生 Hopf 分岔

接下来, 选取成年个体对幼年个体的捕获率 $\alpha = (0.05, 0.04, 0.03)$, 其他参数不变。当 $\tau = 6.8245$

时, 三种不同情况下的相图如图 3 所示。从图 3 可以看出, 随着成年个体对幼年个体的捕获率逐渐减小, 模型(9)从周期震荡状态进入理想的稳定状态。因此可见, 虽然同类相食具有调节生态规模的潜力, 但是如果成年个体对幼年个体的捕获过度, 将会影响生态平衡。

另外, 经过计算可知, $C_1(0) = -0.7159 - i0.0680$, $\lambda'(\tau_0) = 0.3161 - i2.7053$ 。于是, 根据方程(8)得到 $Z_1 = 2.2648$, $Z_2 = -1.4318$ 。因此, 模型(9)在 $\tau_0 = 4.4725$ 处发生的 Hopf 分岔是超临界的, 在 $E_*(0.3269, 2.2066)$ 附近产生的分岔周期解是稳定的。

4 小结

同类相食是动物界中一种特殊且普遍存在的捕食现象。当种群面临食物短缺甚至生存的威胁时, 同类相食对物种的生存具有稳定调节作用。本文在文献[10]的基础上, 进一步考虑幼年个体的成长周期时滞, 研究一类两阶段结构同类相食时滞种群动力学模型。首先以时滞为分岔参数, 推导出模型发生 Hopf 分岔的充分条件, 进而利用中心流形定理和规范型理论研究了分岔周期解的方向和稳定性。研究表明, 在一定条件下, 当幼年个体的成长周期时滞适当小时, 模型处于稳定状态。此时, 幼年个体和成年个体数量趋于模型的正平衡点。但是一旦超过发生 Hopf 分岔的时滞临界点, 模型将失去稳定并发生 Hopf 分岔, 在正平衡点处产生分岔周期解。另外, 通过数值模拟发现, 如果成年个体对幼年个体的捕获过度(即同类相食过度), 将会打破幼年个体和成年个体之间的生态平衡。所以, 在必要的情况下, 如果条件许可, 可以为幼年个体提供适当的庇护, 以保证种群生态平衡。

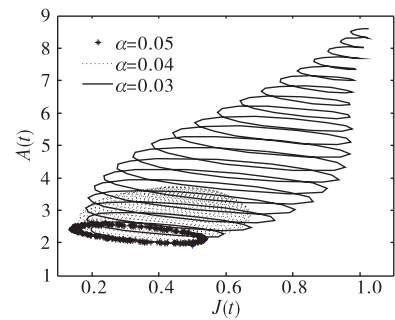


图 3 三种不同情况下的相图

参 考 文 献:

- [1] 何泽荣. 年龄等级结构捕食系统的平衡态与稳定性[J]. 数学进展, 2021, 50(3): 437 - 450.
- [2] 吴玉敏, 李福坤. 具避难所和 Rosenzweig 功能性反应的两种群捕食-食饵系统的周期正解[J]. 宁夏大学学报(自然科学版), 2021, 42(3): 237 - 240.
- [3] LIN Q F, LIU C L, XIE X D, et al. Global attractivity of Leslie-Gower predator-prey model incorporating prey cannibalism[J]. Advances in difference equations, 2020. DOI:10.1186/s13662-020-02609-w.
- [4] LI J Q, ZHU X, LIN X L, et al. Impact of cannibalism on dynamics of a structured predator-prey system[J]. Applied mathematical modelling, 2020, 78(2): 1 - 19. DOI:10.1016/j.apm.2019.09.022.
- [5] BASHEER A A, PARSHAD R D, QUANSAH E, et al. Exploring the dynamics of a Holling-Tanner model with cannibalism in both predator and prey population[J]. International journal of biomathematics, 2018, 11(1): 1850010. DOI:10.1142/S1793524518500109.
- [6] DUAN D F, NIU B, WEI J J. Coexistence of periodic oscillations induced by predator cannibalism in a delayed diffusive predator-prey model[J]. International journal of bifurcation and chaos, 2019, 29(7). DOI:10.1142/S0218127419500895.
- [7] LI Y F, LIU H C, YANG R Z. A delayed diffusive predator-prey system with predator cannibalism [J]. Computers and mathematics with applications, 2018, 75(4): 1355 - 1367. DOI:10.1016/j.camwa.2017.11.006.
- [8] ZHANG Y X, RONG X M, ZHANG J M. A diffusive predator-prey system with prey refuge and predator cannibalism [J]. Mathematical biosciences and engineering, 2019, 16(3): 1445 - 1470.

DOI:10.3934/mbe.2019070.

- [9] 赵甜,张凤琴,李建全. 同类相食对两阶段结构种群模型的动力学影响[J]. 数学的实践与认识,2017,47(20):147-154.
- [10] 朱雪,蔺小林,李建全. 一类具有两阶段结构同类相食模型的动力学分析[J]. 工程数学学报,2021,38(2):214-228.
- [11] KANG Y,RODRIGUEZ-RODRIGUEZ M,EVILSIZOR S. Ecological and evolutionary dynamics of two-stage models of social insects with egg cannibalism[J]. Journal of mathematical analysis and applications,2015,430(1):324-353. DOI:10.1016/j.jmaa.2015.04.079.
- [12] 刘中华. 一种带时滞的计算机病毒传播模型的稳定性分析[J]. 滨州学院学报,2018,34(4):42-45.
- [13] FENG L P,LIAO X F,LI H Q,et al. Hopf bifurcation analysis of a delayed viral infection model in computer networks[J]. Mathematical and computer modelling,2012,56(7/8):167-179. DOI:10.1016/j.mcm.2011.12.010.
- [14] 刘娟,陈功. 一类具有饱和发生率的时滞传染病模型稳定性[J]. 滨州学院学报,2021(4):36-40.
- [15] HASSARD B D,KAZARINOFF N D,WAN Y H. Theory and applications of Hopf bifurcation [M]. New York:Cambridge University Press,1981.

Hopf Bifurcation of a Delayed Cannibalism Model with Two-stage Structure

ZHANG Zi-zhen,ZOU Jun-chen

(School of Management Science and Engineering,
Anhui University of Finance and Economics,Bengbu 233030,China)

Abstract: Based on the assumption that the adult individuals could kill and eat the juvenile individuals of the same species and taking into account the time delay due to period that the juvenile individuals need for growing into the adult individuals, a delayed cannibalism model with two-stage structure is investigated in this paper. Existence of Hopf bifurcation is studied by regarding the time delay due to period that the juvenile individuals need for growing into the adult individuals as bifurcation parameter. Further, properties of Hopf bifurcation are explored. Finally, correctness of the obtained results are validated by using numerical simulation.

Keywords: delay; cannibalism; Hopf bifurcation; stability

(责任编辑:贾晶晶)