

【校庆特稿】

局部有源忆阻器的神经形态动力学

王光义

(杭州电子科技大学 电子信息学院, 浙江 杭州 310018)

摘要:在算力需求指数增长的驱动下,计算机芯片晶体管密度的微缩接近物理极限,传统存算分离的冯诺依曼计算架构已形成速度和功耗瓶颈,一种有希望的替代方案是基于忆阻器神经形态动力学的类脑计算。忆阻器能够模拟神经元和突触行为在物理层面直接处理与存储信息,可实现高效能、高算力和存算一体的类脑计算新架构。在文中主要介绍作者团队在局部有源忆阻器神经形态动力学研究方面的最新进展,其中包括局部有源忆阻器特性及建模,基于混沌边缘理论和局部有源忆阻器的人工神经元模型及其设计方法,忆阻神经元动作电位的动力学机理,对 Smale 悖论的理论解释和忆阻神经网络中的奇美拉态,以及忆阻神经元的物理实现及实验等。

关键词:忆阻器;局部有源;混沌边缘;神经元;类脑计算

中图分类号: TN 60

文献标识码: A

DOI:10.13486/j.issn.2097-4973.2024.01.004

0 引言

计算芯片以晶体管为基本单元构建数字处理电路执行运算,随着大数据计算和智能计算对算力需求的指数增长,以增加芯片晶体管密度驱动的算力增长逐渐放缓,晶体管尺度微缩接近物理极限,数字计算进入后摩尔时代。与此同时,以 CPU (Central Processing Unit) 和 GPU (Graphics Processing Unit) 为代表的存算分离的计算架构,也由于频繁的数据搬运而逐渐形成速度与功耗瓶颈(冯·诺依曼瓶颈),导致系统性能饱和^[1],因此亟须从器件和计算架构创新层面为后摩尔时代的算力持续增长提供新的驱动力。

人脑通过神经元和突触的模拟运算以极低功耗和极高速率直接处理与存储信息,在细胞和系统等层面全方位呈现了智能性、复杂性与适应性。因此,基于神经形态器件的类脑计算成为解决摩尔定律变缓与冯·诺依曼瓶颈的有效途径^[1-2]。但在现有计算架构下的类脑计算由软件编程所赋予,其本质是一种编程的生物智能体,仍然受到计算系统能效和算力的限制^[3-5]。

纳米忆阻器是一类具有丰富动力学和内禀复杂性的新型电路元件,其伏安特性满足依赖状态的欧姆定律 $i(t) = G(x, v)v(t)$ (x 为状态变量, v 和 i 分别为电压和电流), 状态变量 x 遵从的状态方程 $dx/dt = f(x, v)$ 定义了器件的本征复杂度和复杂动力学^[6-7]。非易失性无源忆阻器是模拟突触的理想器件,它通过 $G(x, v)$ 实现突触可塑性和信息记忆^[8];而局部有源忆阻器(在局部电压、电流范围内呈现负微分电阻-NDR)依赖其有源特性和非线性动力学对神经元输入进行非线性变换,产生复杂的神经形态行为^[9]。与使用晶体管构建类脑计算硬件电路不同,忆阻器依据其内在的复杂动力学自然体现了仿生功能,单个忆阻

收稿日期:2024-07-05

基金项目:国家自然科学基金项目(621711173,617711176,61801154,61271064,62371274,62301202)

作者简介:王光义(1957—),男,山东滨州人,教授,博士,博士生导师,主要从事忆阻器建模、忆阻器神经网络、忆阻数字逻辑、忆阻混沌、混沌信息加密和混沌保密通信等领域研究。E-mail:wanggyi@hdu.edu.cn

器在功能上可以取代数百或数千个晶体管^[1]。因此,忆阻器已成为新一代神经形态器件的最优候选者^[1,10-11]。然而,目前大多数忆阻计算系统只是利用忆导 $G(x, v)$ 对忆阻器阵列进行编程,并将其用作突触系统来执行输入电压向量与忆导矩阵的乘法,以产生电流向量(向量矩阵乘法),用以实现语音、笔迹等模式识别^[1,12-13]。这种忆阻矩阵运算尽管在模式识别等应用中显现了其优势,但它没有调用忆阻器的复杂动力学,尚未体现出利用神经元和突触直接处理信息的巨大潜能。基于局部有源忆阻器模拟人脑神经元的复杂神经形态行为,是实现基于神经形态硬件进行类脑计算的最重要挑战之一^[1-3]。Hodgkin 和 Huxley^[14]最早提出了一个成功的神经元数学和电路模型(简称 H-H 模型,因此于 1965 年获得生理学-医学诺贝尔奖),但后来 Chua^[15]发现 H-H 电路模型中的两个时变电阻是不合理的,它们其实是两个局部有源忆阻器,因此,Chua 发现了第一个忆阻神经元模型。但该模型是一个四阶模型(用四个一阶微分方程描写的模型),其神经形态行为其实可用三阶神经元模型实现^[2],但人们对于忆阻神经元理论知之甚少,没有成熟的设计与分析方法。

忆阻器之父 Chua 提出了一个描述复杂性的重要理论,即局部有源理论^[9],并指出自组织、协同、涌现和神经形态等复杂现象均来自局部有源系统或器件。局部有源是指在局部电压或电流范围内,器件呈现负微分电阻特性,像晶体管一样具有放大微弱信号的能力。Chua 等^[16]从理论上进一步指出,神经元的动作电位和其他神经形态现象只能出现在混沌边缘(一个稳定的局部有源参数域),而局部有源忆阻器是一个最简的具有混沌边缘的器件。因此,局部有源忆阻器成为当前实现硬件神经元的最佳器件选择^[17]。

然而人们对局部有源忆阻器的神经形态动力学还知之不多,只能靠试错法设计神经元的结构与参数,仅利用数值仿真对其进行分析,缺乏设计理论与分析方法,尚未明确神经元产生动作电位的动力学机理。在此背景下,本文依据局部有源和混沌边缘理论,研究了局部有源忆阻器的神经形态动力学理论与方法,给出了忆阻神经元的最简理论模型和设计原理,建立了基于混沌边缘和导纳/阻抗函数的小信号分析方法,发现了忆阻器丰富的神经形态动力学,给出了斯梅尔(Smale)悖论和图灵(Turing)不稳定性的理论解释,并进行了忆阻神经元和神经网络的硬件实验。

1 局部有源忆阻器与混沌边缘

1971 年,Chua^[18]从电路元件的完备性出发首次提出忆阻器的概念,5 年之后 Chua^[19]把忆阻器又推广到忆阻系统。但在之后的 32 年间因没发现与定义相符的忆阻器物理器件,致使忆阻器研究几乎无人问津。直到 2008 年,惠普实验室的 Williams 团队借助 Chua 的忆阻器理论,首次发现 TiO_2 薄膜开关其实就是一个实际的忆阻器,才开启了忆阻器的研究大幕^[6,20]。之后,Chua 不断丰富他的忆阻器理论,除把忆阻器分为压控和流控各四大类外(见表 1)^[21],又创造性地提出局部有源和局部无源忆阻器概念^[22]。

表 1 忆阻器族谱

忆阻器类型	压控忆阻器(N 型)	流控忆阻器(S 型)
理想忆阻器	$i = G(\varphi)v, \frac{d\varphi}{dt} = v$	$v = R(q)i, \frac{dq}{dt} = i$
理想一般忆阻器	$i = G(x)v, \frac{dx}{dt} = g(x)v$	$v = R(x)i, \frac{dx}{dt} = f(x)i$
一般忆阻器	$i = G(x)v, \frac{dx}{dt} = g(x, v)$	$v = R(x)i, \frac{dx}{dt} = f(x, i)$
扩展忆阻器	$i = G(x, v)v, \frac{dx}{dt} = g(x, v),$ $G(x, 0) \neq \infty$	$v = R(x, i)i, \frac{dx}{dt} = f(x, i),$ $R(x, 0) \neq \infty$

n 阶忆阻器有 n 个状态变量 $x_j, j = 1, 2, \dots, n$, 一个压控忆阻器更一般的定义方程为^[1]

$$i = G(x_1, x_2, \dots, x_n, i, v)v, \frac{dx_j}{dt} = f_j(x_j, i, v), j = 1, 2, \dots, n. \quad (1)$$

式中: i 和 v 分别为忆阻器的电流和电压, $G(x, i, v)$ 为依赖状态的电导, 称之为忆导。

1.1 局部有源

定义 1 局部有源 (Local Activity, LA): 图 1 所示的一端口网络 N , 如果存在一对电压和电流 $(\delta v(t), \delta i(t))$, 在一定时间 $0 < T < \infty$ 内满足

$$\int_0^T (\delta v(\tau) \delta i(\tau)) d\tau < 0, \quad (2)$$

则称该一端口网络是局部有源的, 否则, 它是局部无源的^[9]。局部有源的物理意义是, 在局部有源工作点 Q 处一端口网络能对微弱电压或电流信号进行放大, 把直流能量转化为交流能量。与晶体管放大电路相比, 仅凭单独的局部有源忆阻器就能够对微弱信号进行放大。利用式(2)难以对一端口网络的局部有源性进行测试或判定。Chua 在文献[9]给出了一种局部有源的判定方法。

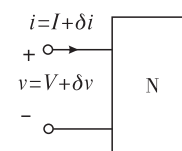


图 1 一端口网络

定理 1 局部有源测试。一端口网络 N 在工作点 Q 是局部有源的, 当且仅当满足下列任一条件:

- (1) 一端口导纳函数 $Y_Q(s)$ 在右半极点平面有一个极点 s_p , 即 $\text{Re}[s_p] > 0$ 。
- (2) $Y_Q(s)$ 的实部在一定的频率范围 $\omega \in (-\infty, \infty)$ 内小于零, 即 $\text{Re}[Y_Q(i\omega)] < 0$ 。
- (3) $Y_Q(s)$ 在极点平面的虚轴存在多个极点。
- (4) $Y_Q(s)$ 在虚轴有一个极点 $s_p = i\omega_p$ 且 $K_Q(i\omega) \triangleq \lim_{s \rightarrow i\omega} (s - i\omega) Y_Q(s)$ 是一个负实数, 或是一个复数。

1.2 局部有源忆阻器

定义 2 局部有源忆阻器 (Locally Active Memristor, LAM): 一个忆阻器在其工作点 Q 是局部有源的, 当且仅当在其直流 DC V - I 曲线的一定范围内呈现负微分电阻^[22]。图 2 是忆阻器的电路符号。

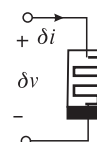


图 2 忆阻器

Chua^[21] 提出一个局部有源忆阻器的数学模型, 即 Chua Corsage Memristor, 简称为 CCM。其数学模型为

$$i = G(x)v = G_0 x^2 v, \frac{dx}{dt} = g(x, v) = 30 - x + |x - 20| - |x - 40| + v. \quad (3)$$

令式(3)中 $dx/dt = 0$, v 和 x 变为直流参数 V 和 X , 由此得 $V = \hat{v}(X)$; 将其代入式(3)第一式可得 $I = \hat{i}(X)$; 在 V - I 平面用光滑曲线链接点 $[V_i = \hat{v}(X_i), I_i = \hat{i}(X_i)]$ 可得 CCM 的 DC V - I 曲线 ($G_0 = 1$), 如图 3 所示^[23]。图 3 中虚线分支为不稳定曲线, 其中的工作点都是不稳定的。图 3 中 CCM 的 DC V - I 曲线位于第一和第三象限, 因此整体是无源的。但在第三象限存在一个负斜率区间, 即微分电阻(交流电阻)为负。左上角为该区的放大, 负斜率即局部有源域为 $-10 \text{ V} < V < -3.334 \text{ V}$ 。在 $G_0 = 1$ 时, 电流在 kA 的数量级(电压为伏特量级),

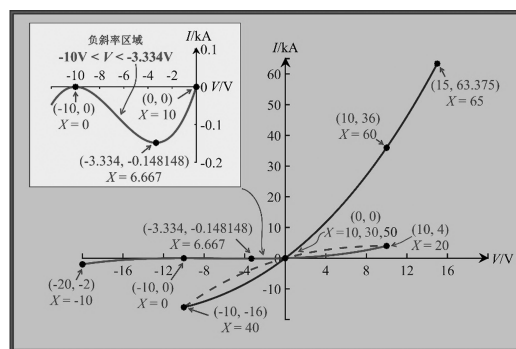


图 3 CCM 的结型 DC V - I 图

这是 Chua 提出 CCM 时未考虑的一个问题, 文献[23]在研究中对这个模型进行了改进, 取 $G_0 = 10^{-3}$, 解决了 kA 级电流问题。后面的分析发现, CCM 具有局部有源忆阻器的典型特征, 能够呈现完美的神经形态行为, 其地位类似混沌电路中的 Chua 电路。幸运的是, 多个实验室先后发现了局部有源忆阻器的实际存在, 如 NbO_2 Mott 忆阻器^[24-25]、 VO_2 Mott 忆阻器^[26-27] 和 TaO_x 忆阻器^[28], 这是继惠普实验室验证了 Chua 的忆阻器假设之后, 又一次验证了 Chua 的局部有源理论, 这为实现基于忆阻器复杂性的类脑计算提供了重要的理论和器件基础。

1.3 混沌边缘

定义 3 混沌边缘(Edge of Chaos, EOC): 一个一端口网络被称为处于混沌边缘, 当且仅当它所有的平衡点都是局部有源且渐近稳定的。所有局部有源且渐近稳定的网络参数集合称为混沌边缘参数域^[9]。

混沌边缘域满足局部有源和渐近稳定条件, 可通过定理 1 计算局部有源域, 渐近稳定性可通过网络函数的极点或网络状态方程雅可比矩阵的特征值计算。一般情况下通过如下方法计算混沌边缘域比较方便。

一端口网络, 其工作点 Q 如果满足以下两个条件, 它处于混沌边缘^[29]。

(1) 局部有源条件: 在工作点 Q 处, 导纳函数频率响应 $Y(i\omega, Q)$ 的实部在一定频率范围 $\omega \in (-\infty, \infty)$ 内为负, 即 $\text{Re}[Y(i\omega, Q)] < 0$ 。

(2) 渐近稳定条件: 导纳函数 $Y(s, Q)$ 的所有极点都位于其左半开极点平面, 即所有极点 s_p 满足 $\text{Re}[s_p] < 0$ 。

当网络较复杂时求其导纳函数和导纳函数的极点很烦琐, 后面将给出基于网络的雅可比矩阵计算混沌边缘的简便方法。局部有源和局部无源可用图 4 形象表示。

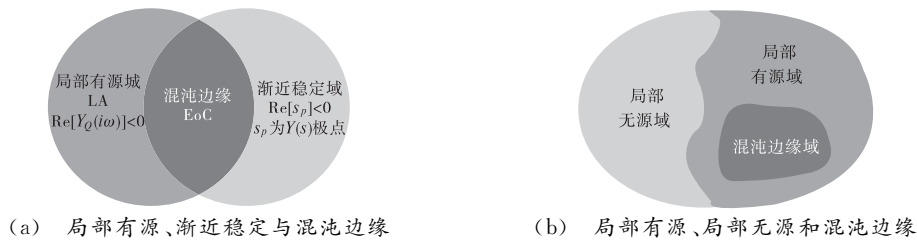


图 4 混沌边缘示意图

局部有源原理: Chua 提出了一个局部有源原理, 即所有二端电子器件可划分为局部无源和局部有源两大类, 具有混沌边缘的器件能够展现学习、智能甚至生命等迷人的复杂性^[23]。Chua 的局部有源原理为局部有源忆阻器的应用提供了一个明确的方向。

1.4 忆阻器的小信号分析方法

忆阻器是一个非线性元件, 其约束方程是一个由代数和微分方程耦合而成的非线性方程组, 其 DC $V-I$ 曲线是高度非线性曲线, 欲获得其精确解析解几乎是不可能的。因此, 像晶体管分析那样, 可通过小信号近似分析方法建立其小信号等效电路对其进行分析。

1.4.1 忆阻器的小信号等效电路

把式(1)在其平衡点 $Q(V, I)$ 处 Taylor 展开(以一阶忆阻器为例, $j=1$), 平衡点附近的电压、电流和状态变量分别表示为 $v=V+\delta v, i=I+\delta i, x=X+\delta x$, 忽略高次项后再对其进行 Laplace 变换^[30]:

$$\begin{cases} \hat{i}(s) = a_{11}\hat{x}(s) + a_{12}\hat{v}(s), \\ s\hat{x}(s) = b_{11}\hat{x}(s) + b_{12}\hat{v}(s). \end{cases} \quad (4)$$

式中: $\hat{x}(s), \hat{i}(s)$ 和 $\hat{v}(s)$ 分别表示 $\delta x, \delta i$ 和 δv 的 Laplace 变换, a_{11}, a_{12}, b_{11} 和 b_{12} 为展开系数。据式(4)得忆阻器在工作点 $Q(V, I)$ 处的小信号导纳函数为

$$Y(s, Q) = \frac{\hat{i}(s)}{\hat{v}(s)} = \frac{a_{12}s + (a_{11}b_{12} - a_{12}b_{11})}{s - b_{12}}. \quad (5)$$

按照电路理论, 导纳函数 $Y(s, Q)$ (或阻抗函数) 反映了忆阻器的固有性质, 如频率响应、局部有源性、稳定性、混沌边缘甚至复杂动力学等。重要的是, Chua 虽然依据忆阻器的阻变和记忆特性而将其命名为记忆电阻“Memristor=Memory+resistor”, 但它还呈现电抗特性(感性或容性), 其原因是它的状态微分方程提供了 n 阶复杂度(一个电感或电容的状态微分方程提供一阶复杂度)。正是忆阻器具有内在的复杂动力学, 才使其具有复杂计算的天然特性。对式(5)稍加变换, 有

$$Y(s, Q) = \frac{1}{s \frac{1}{b_{12} a_{11}} + \frac{-b_{11}}{b_{12} a_{11}}} + a_{12} = \frac{1}{sL_x + R_x} + \frac{1}{R_y} \quad (6)$$

这显然是一个电阻 R_x 和电感 L_x 的串联,再和电阻 R_y 的并联电路,将其称为忆阻器的小信号等效电路 (SSEC),如图 5 所示,其中,(a)为压控忆阻器的 SSEC,(b)为忆阻器,(c)为流控忆阻器的 SSEC。其中 R_x, L_x 和 R_y 可正可负,从而使其呈现无源、有源和电抗特性($L_x > 0$ 感性, $L_x < 0$ 容性),这种特性可使局部有源忆阻器能够构建结构非常简单的振荡器或神经元。例如,工作在局部有源域的一阶忆阻器,可等效一个一阶 RL 或 RC 有源电路;单个二阶忆阻器在其局部有源域可等效一个二阶 RLC 有源振荡电路;单个三阶忆阻器在其局部有源域可等效一个三阶 RLC 有源振荡电路或三阶神经元。

1.4.2 忆阻器的混沌边缘

根据 Chua 的局部有源原理,只有忆阻器或其他电子器件处于混沌边缘时才能产生振荡、动作电位、混沌等复杂现象,且复杂现象出现在混沌边缘或其附近。因此,计算忆阻器的混沌边缘是忆阻神经元和其他忆阻电路的必要基础工作。

命题 1 压控一阶局部有源忆阻器 (VC LAM) 处于混沌边缘,当且仅当它的导纳函数在其极点平面的左半开平面 (LHP) 有一个极点,且在其右半开平面 (RHP) 有一个零点,即, $L_x < 0, R_x < 0, R_y > |R_x|$ [31]。

命题 2 流控一阶局部有源忆阻器 (CC LAM) 处于混沌边缘,当且仅当它的阻抗函数在其极点平面的左半开平面 (LHP) 有一个极点,且在其右半开平面 (RHP) 有一个零点,即, $C_x < 0, R_x < 0, R_y < |R_x|$ [32]。

可利用忆阻器的导纳或阻抗函数的零极点和频率响应对命题 1 和命题 2 进行证明。但对高阶忆阻器,求解导纳或阻抗函数并据其零极点计算混沌边缘域都比较复杂。为此,建立了计算忆阻器混沌边缘的简便方法。

命题 3 对于压控二阶一般忆阻器,其约束方程及在平衡点 Q 的雅可比矩阵为

$$\begin{cases} i_M = G(x_1, x_2) v_M \\ dx_1/dt = g_1(x_1, x_2, v_M) \\ dx_2/dt = g_2(x_1, x_2, v_M) \end{cases}, \mathbf{J}(Q) = \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} & J_{13} \\ J_{21} & J_{22} & J_{23} \\ J_{31} & J_{32} & J_{33} \end{bmatrix}_Q \quad (7)$$

如果它在平衡点 Q 处于混沌边缘域,则须满足下面五个局部有源条件之一:(1) $J_{13} = 0$ 和 $\mathbf{Z}_1 > 0$; (2) $J_{13} = 0, \mathbf{Z}_1 \leq 0$ 和 $M_{13} \det \mathbf{J} < 0$; (3) $J_{13} < 0$; (4) $J_{13} > 0, M_{13} \det \mathbf{J} - \mathbf{Z}_2^2 / 4J_{13} < 0$ 和 $\mathbf{Z}_2 \geq 0$; (5) $J_{13} > 0, M_{13} \det \mathbf{J} - \mathbf{Z}_2^2 / 4J_{13} < 0, \mathbf{Z}_2 < 0$ 和 $M_{13} \det \mathbf{J} < 0$ 。还须满足局部渐近稳定条件:(6) 矩阵 $\mathbf{T} = \begin{bmatrix} J_{21} & J_{22} \\ J_{31} & J_{32} \end{bmatrix}$ 的所有特征值 λ 的实部 $\text{Re}[\lambda] < 0$ 。其中: $\mathbf{Z}_1 = (J_{21} + J_{32})(M_{21} + M_{32}) + \det \mathbf{J}$; $\mathbf{Z}_2 = (J_{21} + J_{32})(M_{21} + M_{32}) + J_{13} M_{13} + \det \mathbf{J}$; M_{13}, M_{21} 和 M_{32} 分别为 J_{13}, J_{21} 和 J_{32} 的余子式 [23, 31, 33]。

2 忆阻神经元及其神经形态动力学

本文认为非线性开放系统中的一切复杂现象都是由系统在混沌边缘失稳且在外界能量供给和系统的非线性作用下“涌现”形成的,有源和失稳是产生复杂性的必要条件。忆阻神经元的理论基础是,局部有源忆阻器是拥有混沌边缘的最简二端器件,在外部耦合元件扰动下使其失稳,满足一定的条件时即可产生新的定常状态,如周期和混沌振荡、尖峰脉冲(动作电位)发放等。

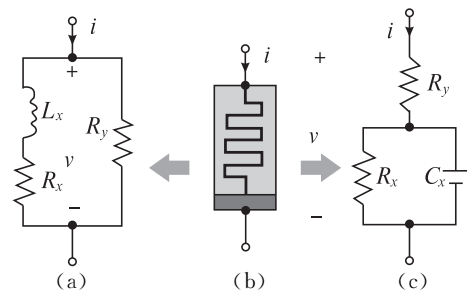


图 5 忆阻器小信号等效电路

2.1 二阶忆阻神经元

忆阻神经元的设计主要利用了 LAM 的 EOC 和电抗特性。根据混沌边缘理论,以处于混沌边缘的局部有源忆阻器为基本模块,当其与外接无源电抗元件耦合时能够失稳,在满足电路振荡条件时将会产生动作电位(从电路视角看,神经元其实是发射尖峰动作电位的振荡器,因此亦称为振荡神经元)。

2.1.1 二阶忆阻神经元模型

本文在总结作者前期研究的基础上,建立了二阶忆阻神经元的基本结构:“LAM+电抗 X”。当 LAM 呈现感性(容性)时,X 为电容 C(电感 L),且满足 $\text{Im}[Y(i\omega)] = -\omega X$ 。图 6(a)(b)分别为基于一阶压控和流控 LAM 的二阶神经元电路^[23],图 6(a)中 LAM 呈现负感特性(容性),因此 X 为电感且满足 $L = 1/\omega \text{Im}[Y(i\omega)]$ 。

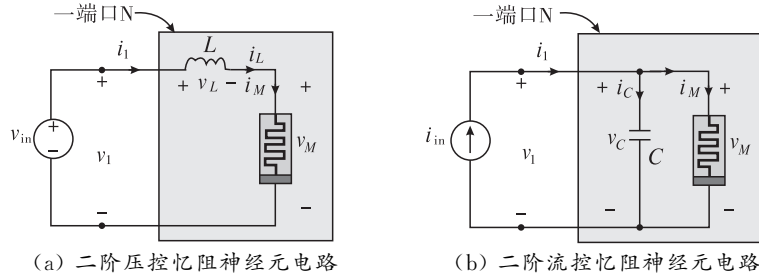


图 6 两种典型的对偶二阶忆阻神经元电路

在图 6(a)中,假定忆阻器为如下的 CCM^[23]:

$$i = G(x)v = x^2 v, \frac{dx}{dt} = g(x, v) = 30 - x + |x - 10| - |x - 35| + v. \quad (8)$$

利用定理 1 计算发现,该 CCM 有两个局部有源域(图 7): $0.632 \text{ V} < V < 1.414 \text{ V}$; $-1.414 \text{ V} < V < -0.632 \text{ V}$ ^[23,29]。

图 6(a)神经元的约束方程为

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 30 - x + |x - 10| - |x - 35| + \frac{i_L}{x^2}, \\ \frac{di_L}{dt} = \frac{1}{L}(v_{in} - \frac{i_L}{x^2}). \end{cases} \quad (9)$$

式中: x, i_L 和 v_{in} 分别为忆阻器的状态变量、电感电流和输入电压。

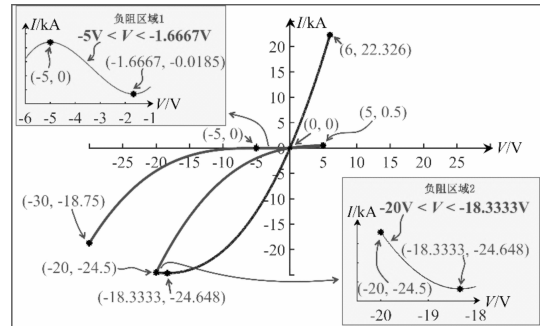


图 7 CCM 的 DC V-I 曲线及两个局部有源域

2.1.2 动作电位形成的动力学机理^[23]

二阶神经元的导纳函数(结合式(6)计算)为

$$Y_{in}(s, Q) = \frac{Y_L Y}{Y_L + Y} = \frac{X^2 s + X^2 + 2XV}{LX^2 s^2 + (2XVL + X^2 L + 1)s + 1}, \quad (10)$$

其极点 p_{in} 、零点 z_{in} 分别为

$$\begin{cases} p_{in1} = \frac{-(2XVL + X^2 L + 1) + \sqrt{(2XVL + X^2 L + 1)^2 - 4LX^2}}{2LX^2}, \\ p_{in2} = \frac{-(2XVL + X^2 L + 1) - \sqrt{(2XVL + X^2 L + 1)^2 - 4LX^2}}{2LX^2}, \end{cases} \quad (11)$$

$$z_{in} = -\frac{X^2 + 2XV}{X^2}, \quad (12)$$

神经元的零极点与其参数和输入有关。在适当的参数下,神经元随输入电压的变化在混沌边缘处发生了 Hopf 分岔,使其失稳而产生了动作电位,这就是忆阻神经元产生动作电位的动力学机理,如图 8 所示。从

图 8 看出,神经元在激励电压 $V = -4.5 \text{ V}$ 时发生了超临界分岔,在 $V = -4.475 \text{ V}$ 时产生了尖峰动作电位;神经元在 $V = -2.1667 \text{ V}$ 发生了亚临界分岔,当激励电压 $V = -2.155 \text{ V}$ 时产生了一个稳定的平衡点(静息状态)和一个不稳定的极限环,这是首次发现二阶动力系统通过亚临界分岔出现了不稳定的小极限环^[23,31,33],亚临界分岔还产生了稳定的极限环(兴奋状态)。

2.1.3 神经元混沌边缘附近的神经形态行为

依据式(10)~(12)计算二阶神经元的混沌边缘运算非常复杂,为此给出了一种新的方法^[33]。

命题 4 图 6 所示两种忆阻神经元如果在平衡点 Q 处于混沌边缘,其状态方程在平衡点 Q 的雅可比矩阵 $J(Q)$ 须满足两个局部有源条件之一:(1) $J_{22} < 0$ 和 $J_{11} \det J > 0$, (2) $J_{22} > 0$ 。另外还须满足一个渐近稳定条件(3) $J(Q)$ 所有特征值的实部 $\text{Re}[\lambda]$ 小于零。其中: $J_{11}, J_{12}, J_{21}, J_{22}$ 为雅可比矩阵 $J(Q)$ 的元素; $\det J$ 为 $J(Q)$ 的行列式。

图 9 为二阶神经元在 V - L 参数平面上的局部有源域,其中 $-22 \text{ V} < V < 0, 0 < L < 0.3 \text{ H}$ 。当 L 参数使神经元工作在混沌边缘域内时,它处于稳定状态;而当 L 参数和输入电压使神经元从混沌边缘移动到不稳定局部有源域时,神经元在混沌边缘分界线发生 Hopf 分岔,产生了新的神经形态定常行为:通过超临界 Hopf 分岔产生的周期尖峰动作电位出现在混沌边缘附近的不稳定局部有源域,而通过亚临界 Hopf 分岔引起的周期振荡则出现在混沌边缘域内。

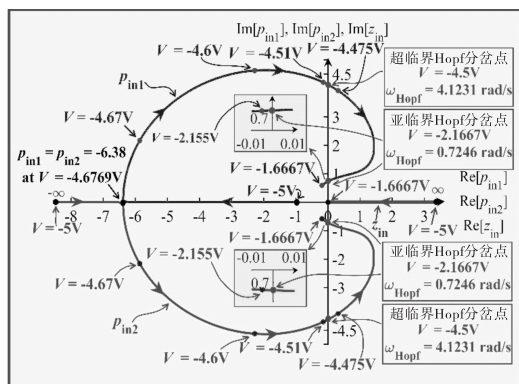


图 8 $L = 0.2353 \text{ H}$ 时,二阶神经元在局部有源域 $-5 \text{ V} < V < -1.6667 \text{ V}$ 的零极点轨迹

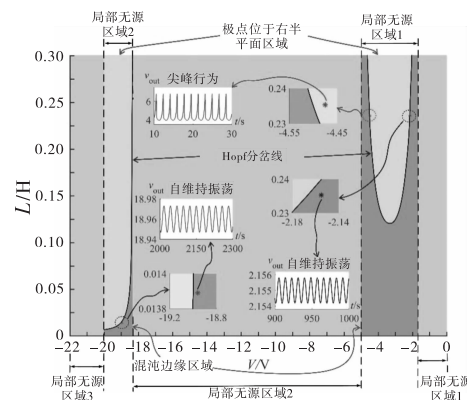


图 9 二阶神经元在 V - L 平面的混沌边缘域及其附近的动作电位^[26,34]

以上分析表明,在适当的电感参数下,输入电压 v_{in} 达到一定的门限时可激发神经元的不稳定性,通过在混沌边缘的 Hopf 分岔使其在混沌边缘附近产生了新的神经形态行为,由此揭示了忆阻神经元的动力学机理。

2.2 三阶忆阻神经元

2.2.1 三阶神经元电路模型

根据电路理论,能够产生完整动作电位的最简神经元电路是三阶复杂度电路。基于 LAM 的三阶神经元设计原理与二阶神经元类似,以处于 EOC 的二阶忆阻神经元为基础,根据三阶电路的振荡原理通过外接适当的电抗元件构成三阶神经元。图 10 为基于式(8) CCM 的三阶神经元电路。

三阶神经元的状态方程为

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 30 - x + |x - 10| - |x - 35| + v_c, \\ \frac{dv_c}{dt} = \frac{1}{C}(i_L - x^2 v_c), \\ \frac{di_L}{dt} = \frac{1}{L}(v_{in} - v_c). \end{cases} \quad (13)$$

式中: x, v_C, i_L 和 v_{in} 分别为忆阻器的状态变量、电容电压、电感电流和神经元的输入电压。

2.2.2 三阶神经元的零极点轨迹及 Hopf 分岔

三阶神经元的小信号导纳函数为^[23]

$$Y_{in}(s, Q) = \frac{Cs^2 + (X^2 + C)s + X^2 + 2XV}{LCs^3 + (LX^2 + CL)s^2 + (LX^2 + 2LXV + 1)s + 1} \quad (14)$$

小信号导纳函数有两个零点和三个极点:

$$\begin{cases} z_{in1} = \frac{-(X^2 + C) + \sqrt{(X^2 + C)^2 - 4C(X^2 + 2XV)}}{2C}, \\ z_{in2} = \frac{-(X^2 + C) - \sqrt{(X^2 + C)^2 - 4C(X^2 + 2XV)}}{2C}; \\ p_1 = \sqrt{-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} + \sqrt{-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} - \frac{X^2 + C}{3C}, \\ p_2 = \frac{\sqrt{3}i - 1}{2} \sqrt{-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} - \frac{\sqrt{3}i + 1}{2} \sqrt{-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} - \frac{X^2 + C}{3C}, \\ p_3 = -\frac{\sqrt{3}i + 1}{2} \sqrt{-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} + \frac{\sqrt{3}i - 1}{2} \sqrt{-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} - \frac{X^2 + C}{3C}. \end{cases} \quad (15)$$

$$\begin{cases} p_1 = \sqrt{-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} + \sqrt{-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} - \frac{X^2 + C}{3C}, \\ p_2 = \frac{\sqrt{3}i - 1}{2} \sqrt{-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} - \frac{\sqrt{3}i + 1}{2} \sqrt{-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} - \frac{X^2 + C}{3C}, \\ p_3 = -\frac{\sqrt{3}i + 1}{2} \sqrt{-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} + \frac{\sqrt{3}i - 1}{2} \sqrt{-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} - \frac{X^2 + C}{3C}. \end{cases} \quad (16)$$

此处,

$$p = \frac{3CL(LX^2 + 2LXV + 1) - (LX^2 + CL)^2}{3L^2C^2},$$

$$q = \frac{27L^2C^2 - 9CL(LX^2 + CL)(LX^2 + 2LXV + 1) + 2(LX^2 + CL)^3}{27L^3C^3}.$$

与二阶神经元相比,引入电容 C 后的三阶神经元其导纳函数的零极点发生了显著变化,这必然引起更加复杂的分岔动力学和更丰富的神经形态行为。图 11 是 $C=50 \text{ mF}, L=0.2358 \text{ H}$ 时三阶神经元导纳函数的极点随激励电压 ($-5 \text{ V} < V < 0$) 变化的轨迹,其中虚线为极点 p_1 的轨迹,在 $-5 \text{ V} < V < 0$ 范围内始终满足 $\text{Re}[p_1] < 0$ 。

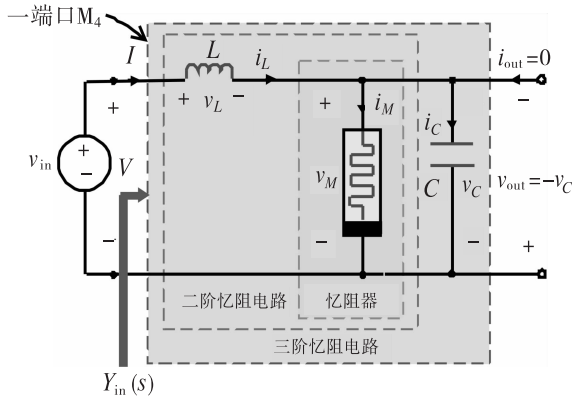


图 10 CCM 三阶忆阻神经元^[23,31]

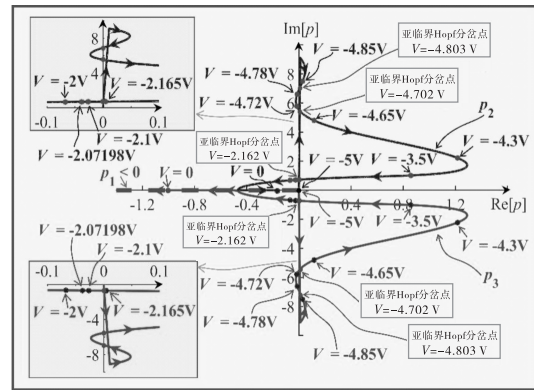


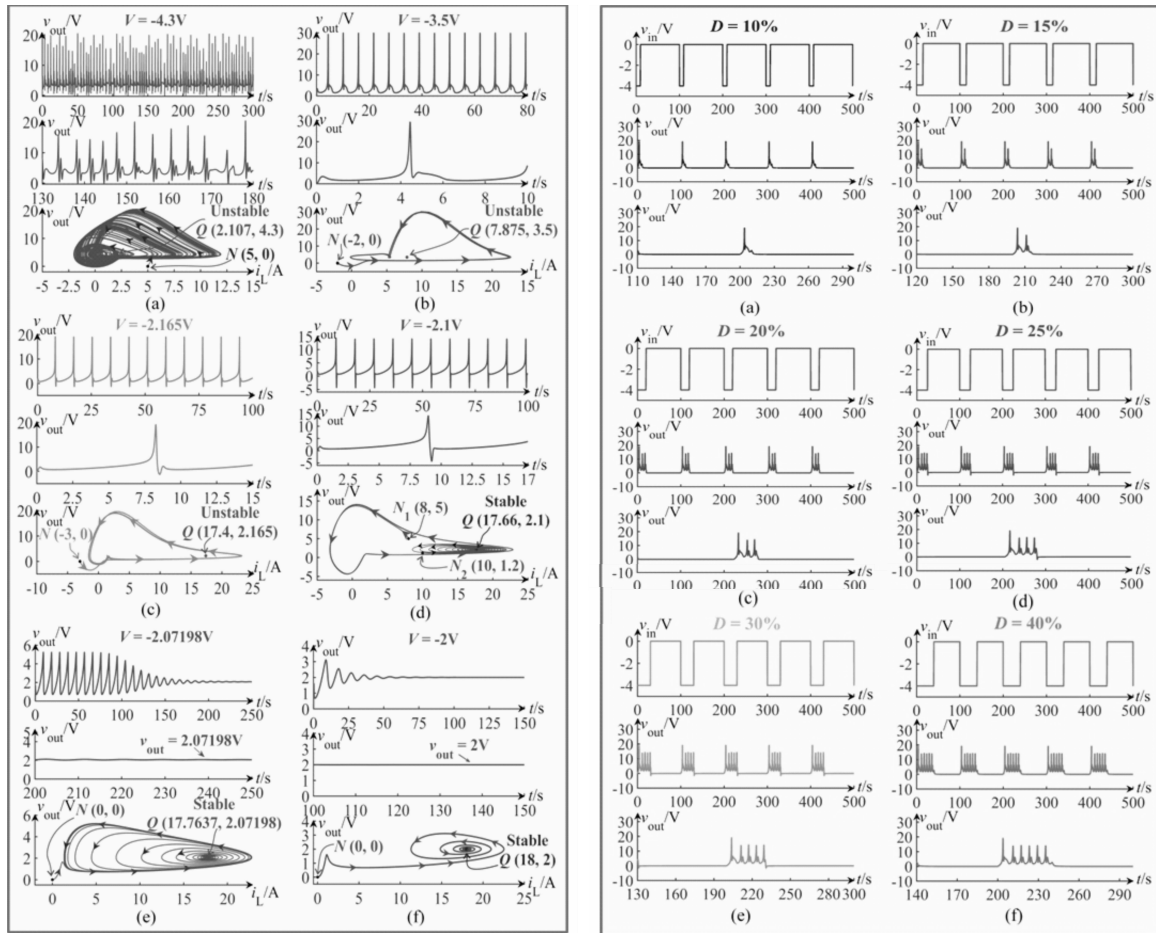
图 11 三阶神经元小信号导纳函数的极点在 $-5 \text{ V} < V < 0$ 范围内的轨迹

p_2 和 p_3 是一对共轭极点, $V = -5 \text{ V}$ 时位于右半平面临近虚轴的位置,随着负电压绝对值的减小,它们分别向右运动且在 $V = -4.803 \text{ V}$ 第一次穿越虚轴进入左半平面发生亚临界分岔,又在 $V = -4.702 \text{ V}$ 再次反向穿越虚轴产生亚临界分岔,神经元通过两次亚临界 Hopf 分岔产生了复杂的神经形态行为,如图 12 所示。

2.2.3 三阶神经元的混沌边缘

根据导纳函数的零极点和频率响应计算三阶电路的混沌边缘更为复杂。为简化计算,在与 Chua 合

作的论文中给出了一种基于神经元状态方程雅可比矩阵的混沌边缘计算方法^[33]。



左图:(a)类脑混沌,(b)~(c)周期尖峰,(e)~(f)静息;右图:尖峰簇发行为, D 为输入脉冲占空比^[23,31]

图 12 三阶神经元的神经形态行为(动作电位)

命题 5 对于图 10 所示的典型三阶神经元电路,如果它在平衡点 Q 处于混沌边缘,其状态方程的雅可比矩阵 $J(Q)$ 须满足两个局部有源条件之一:(1) $J_{22} > 0$, (2) $J_{11}M_{33} > 0$ 且 $J_{22} \leq 0$ 。还须满足一个渐近稳定条件(3) $J(Q)$ 的特征值 $\lambda_n (n=1,2,3)$ 的实部 $\text{Re}[\lambda_n] < 0$ 。在此, J_{11} 、 J_{22} 是 $J(Q)$ 的元素, M_{33} 是 J_{33} 的余子式, $\det J$ 是 $J(Q)$ 的行列式^[23,33]。

依据命题 5 计算的 V - C 参数平面上的混沌边缘域分布如图 13 所示。从图中看出,通过亚临界 Hopf 分岔在混沌边缘附近产生了复杂的神经形态现象,包括周期尖峰、阶段性尖峰簇发、尖峰数目可调簇发、自维持周期振荡和复杂混沌振荡等 13 种神经形态行为。

2.3 双相动作电位及其动力学机理

目前的研究主要集中于人们熟悉的单相动作电位(Monophasic Action Potential, MAP)。MAP 是神

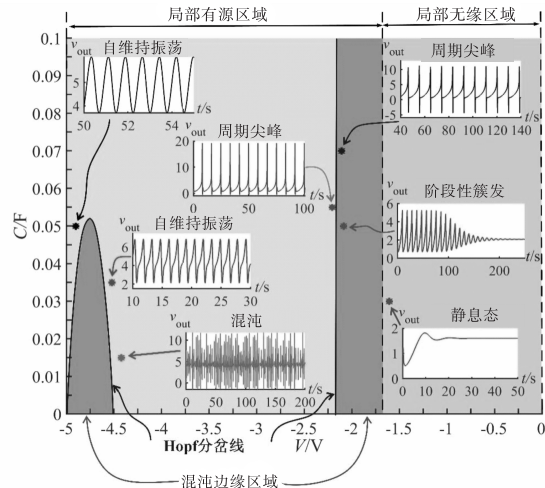


图 13 三阶神经元在 V - C 平面的混沌边缘域分布^[23,33]

神经元常见的一类兴奋状态,正常情况下,神经元的外界刺激小于其门限电压时,它处于静息状态,当外界刺激超过其门限电压时,神经元将产生正向的“全或无”动作电位,即单相动作电位。但随着神经元外界刺激持续时间的延长,神经元可产生正负方向交替出现的动作电位,即双相动作电位(Biphasic Action Potential, BAP)^[23,34-37]。通过刺激蟾蜍的坐骨神经干细胞已观察到 BMP 的存在^[23,34]。本文研究了 BMP 的形成机理,这对完整模拟生物神经元的神经形态行为有意义。

为研究 BAP 的动力学机理,设计了奇对称 CCM 数学模型

$$i = G(x) = 10^{-2} x^2 v, \frac{dx}{dt} = g(x, v) = 10^4 (30 - x + |x - 14| - |x - 46| + v^2). \quad (17)$$

式中: x, i 和 v 的意义同前。该模型的 DC V - I 曲线如图 14 所示,从中发现它是一个存在于-、三象限且对原点奇对称的三值曲线(意味着整体无源),但有两个稳定的局部有源域: $0.632 \text{ V} < V < 1.414 \text{ V}$, $-1.414 \text{ V} < V < -0.632 \text{ V}$ (意味着整体无源,局部有源)。在这两个局部有源域中,曲线斜率为负,意味着呈现负微分电阻(NDR)。

基于式(17)的奇对称忆阻器模型,按照图 10 构建三阶神经元电路,并用命题 5 计算其混沌边缘,得到的 V - C 参数平面的混沌边缘域如图 15 所示^[34]。从图 15 看出,如果神经元刺激处于局部有源域 $-1.414 \text{ V} < V < -0.632 \text{ V}$,可在其混沌边缘附近形成负向的动作电位;而当神经元刺激处于局部有源域 $0.632 \text{ V} < V < 1.414 \text{ V}$ 时,则在其混沌边缘附近形成正向动作电位。

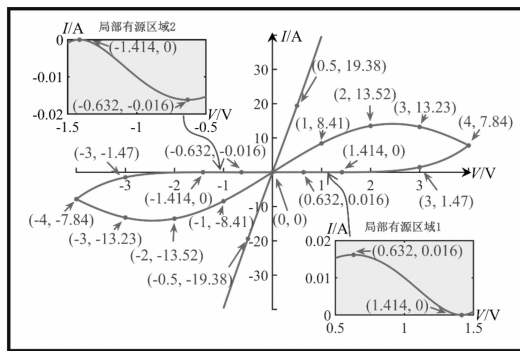


图 14 奇对称 CCM 的 DC V - I 曲线

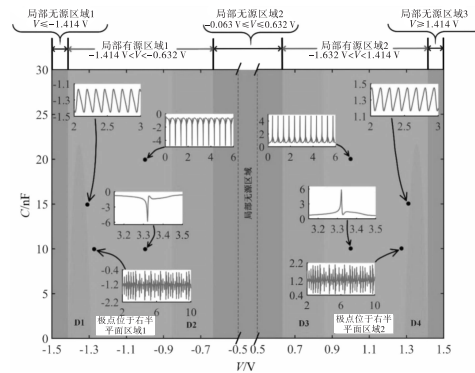


图 15 忆阻器神经元电路 M_5 的参数分布图

图 16 给出了几种类型的双相动作电位。由此可见,具有奇对称局部有源域及其混沌边缘的忆阻器,是产生双向动作电位的重要条件。

3 VO₂ 和 NbO 局部有源忆阻器的神经形态行为

VO₂ 和 NbO 忆阻器是目前两种典型的物理实现的流控局部有源忆阻器。研究了这两种忆阻器的动力学,发现它们都能呈现丰富的神经形态行为。

3.1 VO₂ 忆阻器的神经形态动力学

VO₂ 忆阻器的数学模型为^[3,38-39]

$$v = (R_{ch}(x) + R_e) i, \frac{dx}{dt} = \left(\frac{d\Delta H}{dx} \right)^{-1} (i^2 R_{ch}(x) - \Gamma_{th}(x) \Delta T), \quad (18)$$

$$\begin{cases} R_{ch}(x) = \frac{\rho_{ins} L_{ch}}{\pi r_{ch}^2} \left[1 + \left(\frac{\rho_{ins}}{\rho_{met}} - 1 \right) x^2 \right]^{-1}, \\ \Gamma_{th}(x) = 2\pi L_{ch} \kappa \left(\ln \frac{1}{x} \right)^{-1}, \\ \frac{d\Delta H}{dx} = \pi L_{ch} r_{ch}^2 \left(c_p \Delta T \frac{1-x^2+2x^2 \ln x}{2x(\ln x)^2} + 2\Delta h_{tr} x \right). \end{cases} \quad (19)$$

式中： $F_{th}(x)$ 是随状态变量 x 的热传导函数， $d\Delta H/dx$ 为 x 的微分函数，模型的参数见文献[38-39]。

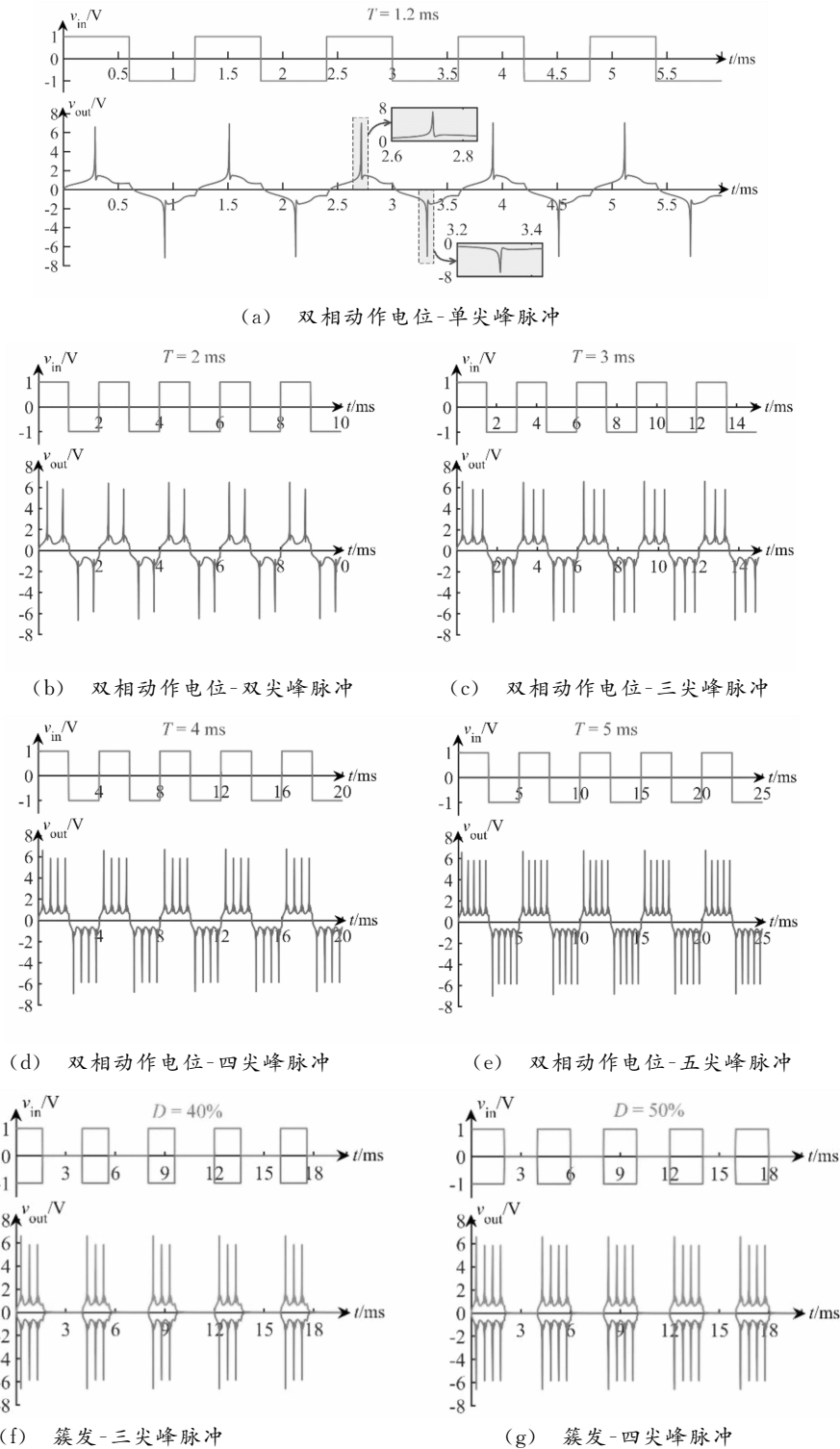


图 16 双相动作电位

利用 VO₂忆阻器构建的三阶神经元电路如图 17 所示^[38-39]。神经元电路输入端的阻抗函数为^[38-39]

$$Z_T(s, Q) = \frac{Ls^2 + (a_{12} - b_{11}L)s + (a_{11}b_{12} - a_{12}b_{11})}{CLs^3 + (a_{12} - b_{11}L)Cs^2 + [1 + (a_{11}b_{12} - a_{12}b_{11})C]s - b_{11}} = \frac{k_1(s - z_1)(s - z_2)}{k_2(s - p_1)(s - p_2)(s - p_3)} \quad (20)$$

式中： z_1, z_2 为阻抗函数的零点； p_1, p_2, p_3 为阻抗函数的极点； k_1 和 k_2 为系数，与电路参数有关。

当 $C=0.037\text{ pF}, L=1\text{ }\mu\text{H}$ 时, 激励电流在 $12.9\text{ }\mu\text{A} < |I_{in}| < 1500\text{ }\mu\text{A}$ 范围内的阻抗函数 $Z_T(s, Q)$ 的极点轨迹如图 18 所示, p_1, p_2 是一对复共轭极点, p_3 是负实数极点。

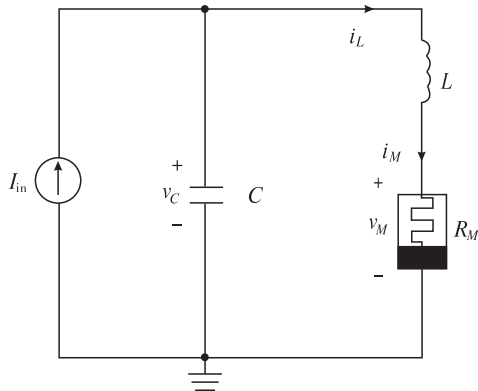


图 17 基于流控 VO₂ 局部有源忆阻器的三阶神经元电路

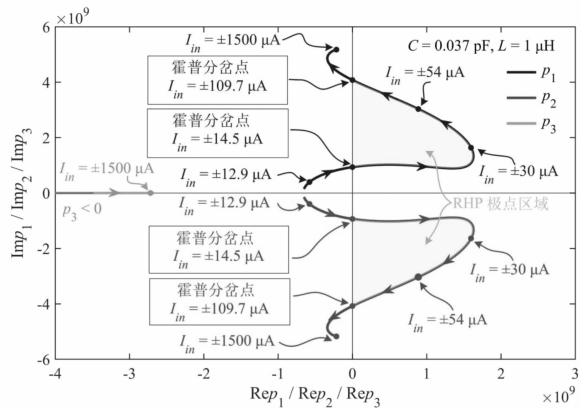


图 18 三阶神经元阻抗函数的极点轨迹

状态变量 x 对神经元激励电流的分岔图和 Lyapunov 指数谱如图 19 所示, 图 19 显示神经元具有对称的分岔行为, 激励电流在 $14.5\text{ }\mu\text{A} < |I_{in}| < 109.7\text{ }\mu\text{A}$ 范围内的 RHP(右半开平面) 产生振荡(发射动作电位), 通过超临界 Hopf 分岔在混沌边缘附近产生了复杂的神经形态行为^[38-39]。

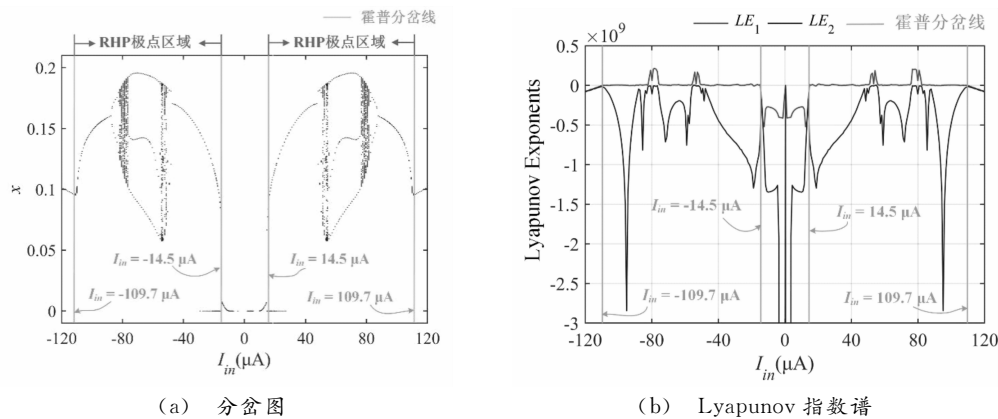


图 19 三阶神经元的分岔动力学

神经元在 $I_{in}-C$ 平面上的混沌边缘和局部有源域的分布如图 20 所示^[38-39], 此处 $L=1\text{ mH}, 0.02\text{ pF} < C < 0.1\text{ pF}, -0.35\text{ mA} < I_{in} < 0.35\text{ mA}$ 。图 20 不同阴影区域呈现的神经形态行为^[38-39] 列于图 20 右侧。

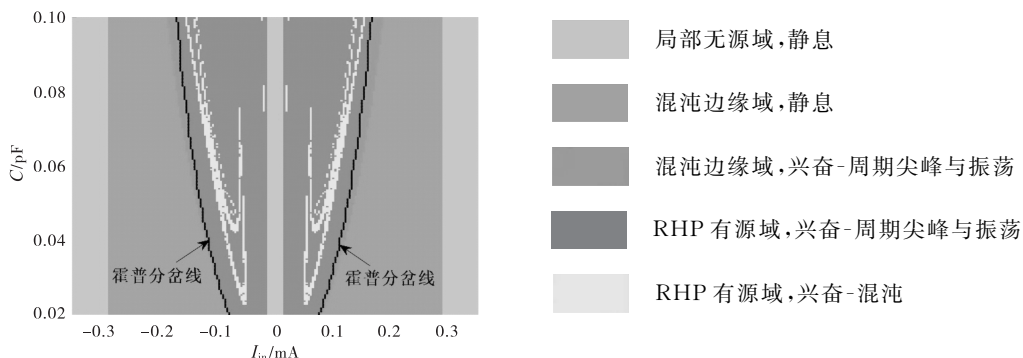


图 20 神经元电路在 $I_{in}-C$ 参数平面上的混沌边缘和局部有源域

仿真分析发现, 单个 VO₂ 三阶神经元呈现了目前已知的 21 种神经形态行为, 如图 21 所示, 对应的参

数值列在文献[38-39]中。

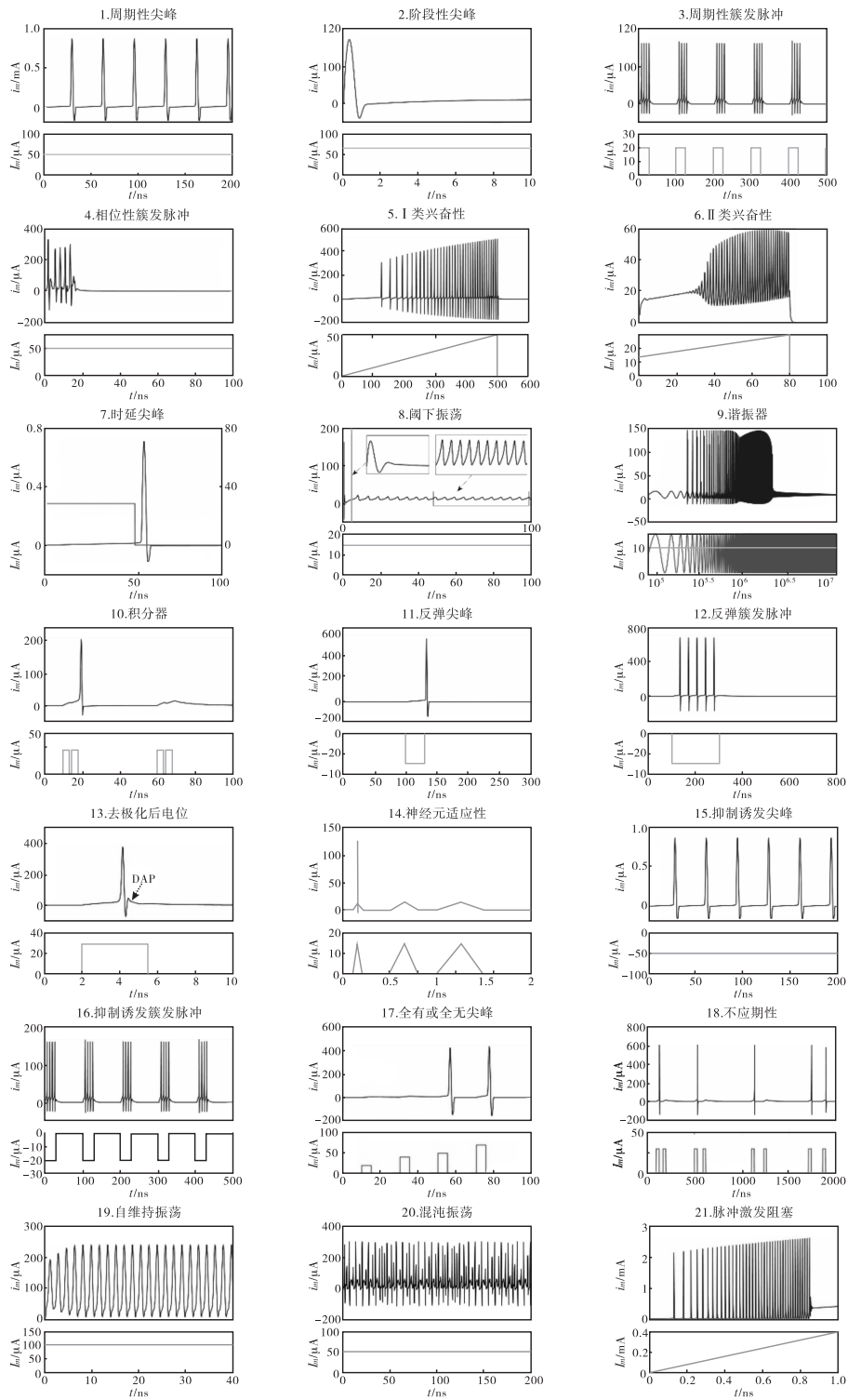


图 21 VO₂ 神经元产生的 21 种神经形态行为

3.2 用 NbO 忆阻器神经元解释 Smale 悖论

Smale 悖论是历史上的一个难题^[15]，吸引了许多著名科学家的注意^[40]。Smale 悖论是指，两个数学意义上的死细胞(处于稳定平衡点的两个相同的子系统)，通过耗散耦合作用变活了(产生了活跃振荡)。其悖论之处在于，处于稳定平衡点的两个细胞，耗散耦合不但没给细胞提供能量，反而在消耗耦合系统能

量的情况下,使原本稳定在某一平衡点的系统振荡起来。使其振荡的能量来自哪里? 其由死寂转变为活跃的动力学机理是什么?

Chua 指出 Smale 悖论的原理是混沌边缘,即如果两个死寂的细胞处于混沌边缘,则在耗散耦合的情况下将会失稳而产生活跃振荡^[9,15]。文献[41]研究了由两个二阶忆阻神经元构成的耦合网络,对其中发生的 Smale 悖论进行了理论分析和仿真验证。结果表明,当两神经元处于混沌边缘时,在适当的耗散电阻(突触)耦合下,它可以从静息状态(处于稳定平衡点)转换为兴奋(同步振荡)。其动力学机理是:通过耗散电阻耦合处于混沌边缘域内的静息神经元后,两神经元在一定的条件下能够越过混沌边缘,通过 Hopf 分岔进入不稳定的局部有源域,在适当的耦合电阻作用下产生了新的定常状态的振荡行为^[32,41]。

NaM 实验室制备的 NbO 忆阻器(NbO MR)是一个流控局部有源忆阻器^[42],数学模型为

$$\begin{cases} v_m = R(x)i_m = g_0^{-1}(x)i_m, \\ \frac{dx}{dt} = f(x, i_m); \end{cases} \quad (21)$$

$$\begin{cases} g_0(x) = m_0 + m_1x + m_2x^2 + m_3x^3 + m_4x^4, \\ f(x, i_m) = n_0 + n_1x + g_1(x)g_0^{-2}(x)i_m^2, \\ g_1(x) = n_2 + n_3x + n_4x^2 + n_5x^3 + n_6x^4 + n_7x^5. \end{cases} \quad (22)$$

模型中的参数设置参见文献[32,41]。

图 22 为由耗散电阻 R_e 耦合两个二阶 NbO 神经元构成的最简忆阻神经网络,当两神经元处于混沌边缘时,耦合后的神经网络的最大特征值 λ_{\max} (其余三个特征值恒为负)与耦合电阻 R_e 的关系如图 23 所示, $R_e = 29.1 \Omega$ 为耦合网络由稳定转换为不稳定的分岔点。

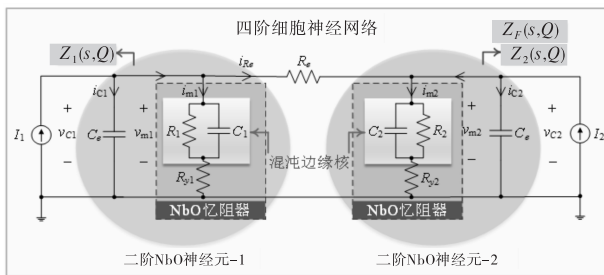


图 22 基于二阶 NbO 忆阻神经元电路的四阶细胞神经网络电路图

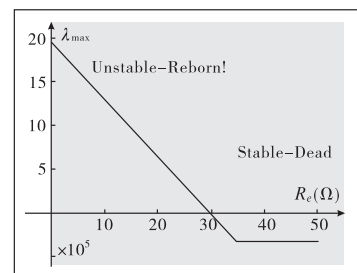


图 23 R_e 与 λ_{\max} 的关系

$R_e > 29.1 \Omega$ 时, λ_{\max} 与其他三个特征值皆为负,耦合网络中的两神经元仍处于相同的稳定状态;当 $R_e < 29.1 \Omega$ 时, $\lambda_{\max} > 0$,耦合网络失稳,从而产生了新的稳定平衡点或新的振荡状态,如图 24 所示。

4 忆阻神经网络中的奇美拉态

人脑约由 10^{11} 个神经元和 10^{14} 个突触连接而成,局域同步放电是大脑神经系统中最常见的活动形式^[43],但大脑皮层中仍存在异常放电情况。研究显示,癫痫病发作前约 2 小时内出现奇异同步现象,即神经元同步与不同步共存的放电现象^[44];人类在陌生环境下首次睡眠有时会出现半脑睡眠而另一半脑警觉状态^[45],左(右)脑神经元不同步而右(左)脑神经元同步。神经疾病和半脑睡眠中的时空异常同步现象(神经元随其空间分布和时间的变化而出现不同步的现象,如部分神经元同步,部分神经元不同步,部分神经元处于同步与不同步之间)称为奇美拉态(Chimera State)^[30]。

研究了环形忆阻神经网络中的奇美拉态现象,在基于 100 个忆阻神经元通过非局域耦合实现的环形神经网络中发现了奇特的奇美拉态现象,如图 25 所示。这是一种同步与不同步共存的时空动力学行为,该现象的出现受控于初始条件、耦合参数及神经元偏置条件。处于混沌边缘的静息神经元经合适的耦合条件激活可诱导振幅奇美拉态(Amplitude Chimera),而尖峰神经元可被抑制而产生振荡死亡态(Oscilla-

tion death)。通过 SI 方法给出了诱导奇美拉态产生的耦合参数域及神经元特征,具体的动力学分析参见文献[30,46]。

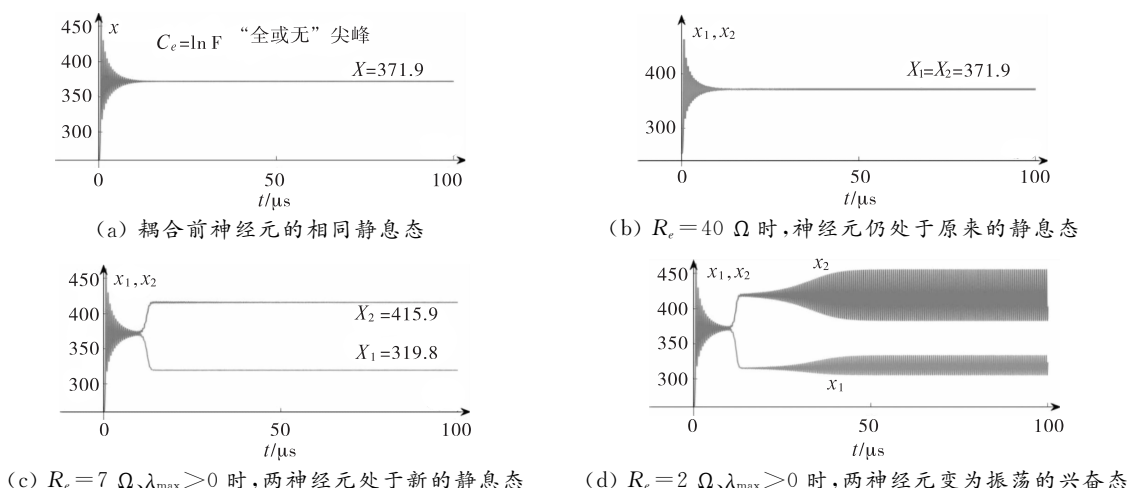


图 24 神经网络中的斯梅尔悖论解释

5 忆阻神经元的硬件实现

虽然已物理实现了一些局部有源忆阻器,但这些忆阻器对制备工艺和环境极其敏感,成本较高,致使目前已知的一些忆阻材料或器件只出现在少量的实验室中,使忆阻神经网络的实验研究受到器件限制。为解决忆阻神经元的实验研究问题,利用廉价的模拟电子器件设计实现了 CCM 的仿真器硬件电路,用其精确模拟了 CCM 的基本特性,并将其应用于忆阻神经元的硬件实验之中,验证了局部有源忆阻器的神经形态动力学特性^[47]。该忆阻器仿真器其成本仅为 10 美元,科

研人员和本科生都能制作该 LAM 硬件电路用于忆阻器的理论与应用研究。因此,该硬件忆阻器被忆阻器发明者 Chua 称之为“穷人的忆阻器”^[47]。并且,Chua 受邀撰写综述论文对该硬件忆阻器及其神经形态实验进行了全面介绍^[48]。

由于局部有源忆阻器 CCM 存在不稳定的工作点,还存在一些渐近稳定的平衡点,因此在实验中难以对忆阻器的 DC $V-I$ 曲线进行精确实验测试。为此设计了一个特殊的实验电路,首次实验测量了 CCM 包含不稳定虚线的完整 DC $V-I$ 曲线^[33,47-48]。

基于“穷人的忆阻器”设计的忆阻神经元硬件电路,在其硬件电流实验中观察到了近 20 种不同形态的神经形态行为,如图 26 所示。CCM 仿真器和神经元电路图及其电路参数,可参见文献^[23,47]。

6 结论

本文的系列研究表明,局部有源忆阻器是一种动态电路元件,它不仅具有阻变和阻值非遗失特性,还具有有源放大和 n 阶复杂度的动力学特性(能够呈现电抗性质)。既像晶体管那样,用其有源特性对无限小信号进行放大,又不像晶体管那样需要诸多外围元件构成放大电路,仅靠其自身的复杂动力学即可自然实现放大、振荡,尤其是类脑计算。

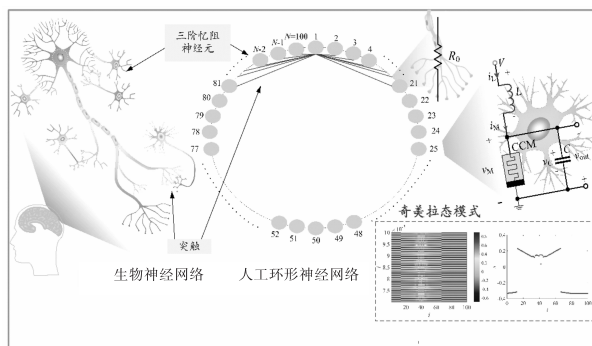


图 25 忆阻神经网络中的奇美拉态

根据局部有源和混沌边缘理论以及小信号分析法,提出了二阶和三阶忆阻神经元的最简电路模型及其设计方法,揭示了神经形态行为形成的动力学机理,使忆阻神经元(或其他忆阻电路)的设计与分析理论化,解决了试错法设计、依赖数值仿真分析带来的系列问题,发现了局部有源忆阻器的复杂动力学,模拟了目前已知的 20 多种动作电位和奇美拉态等神经形态行为,基于混沌边缘理论和最简忆阻神经网络解释了著名的 Smale 悖论。研究结果显示,忆阻器的局部有源特性是忆阻神经元神经形态现象的起源,动作电位出现在混沌边缘附近。局部有源忆阻器可模拟神经元特性,局部无源忆阻器可模拟突触特性,由此推断人脑由忆阻器组成,且工作在混沌边缘机制下,混沌现象的存在使人脑更加聪明睿智。

基于动力学原理的复杂计算是一种全新的概念,基于忆阻器复杂动力学的类脑计算是未来智能计算的发展趋势。忆阻器是一类具有丰富动力学和内禀复杂性的新型纳米电路元件,其内部状态变量及其遵从的状态方程定义了忆阻器的本征复杂度,探索忆阻神经形态动力学的基本原理,开发高阶复杂度的忆阻器器件并发掘其独有的内部演化动力学作为计算资源,对构建高阶复杂性类脑计算系统具有独特优势和巨大潜力,这应是未来忆阻计算的一个重要研究方向。

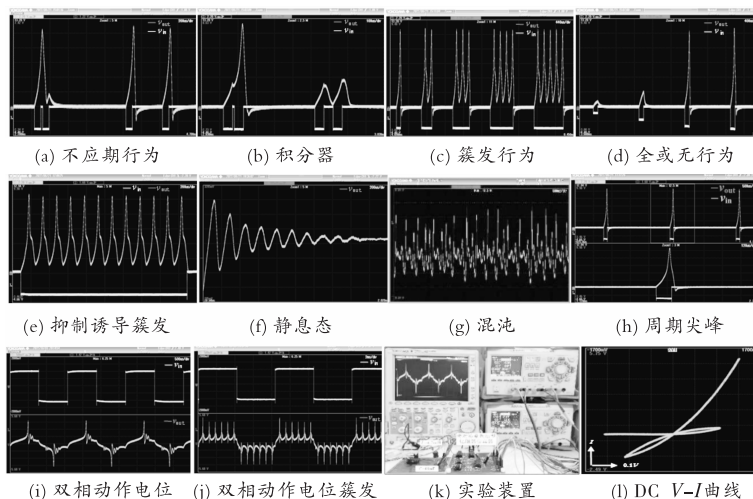


图 26 硬件实验测试的忆阻神经元的动作电位、实验装置和 CCM 的 DC $V-I$ 曲线

致谢 衷心感谢非线性电路、细胞神经网络和忆阻器的开拓者,加利福尼亚大学伯克利分校 Chua(蔡绍棠)教授对作者团队忆阻器研究工作的指导与帮助,在其指导下联合发表了三篇忆阻神经形态动力学论文,其中一篇获 2023 IEEE Transactions on Circuits and Systems Guillemin-Cauer Best Paper Award(国际电气与电子工程师协会电路与系统学会 Guillemin-Cauer 最佳论文奖,这是 1968 年以来国内学者第四次获得该奖)。衷心感谢 Chen 混沌吸引子发现者、香港城市大学陈关荣教授对本文研究工作的热心指导与帮助。衷心感谢作者团队梁燕副教授、袁方副教授、靳培培特聘副教授、董玉姣博士、周玮博士和应佳捷博士在忆阻器建模、忆阻混沌、忆阻神经元、奇美拉态、Smale 悖论解释和 VO_2 忆阻神经元研究中做出的杰出贡献。还要感谢国家自然科学基金委员会对作者团队忆阻器研究工作的连续资助,才使作者团队对忆阻器理论及应用进行了系列研究工作。

参考文献:

- [1] KUMAR S, WANG X, STRACHAN J P, et al. Dynamical memristors for higher-complexity neuromorphic computing[J]. Nature reviews materials, 2022, 7: 575.
- [2] KUMAR S, WILLIAMS R S, WANG Z. Third-order nanocircuit elements for neuromorphic engineering[J]. Nature, 2020, 585: 518-523.

- [3] YI W, TSANG K K, LAM S K, et al. Biological plausibility and stochasticity in scalable VO₂ active memristor neurons[J]. *Nature communications*, 2018, 9:4661.
- [4] DALGATY T, MORO F, DEMIRA G Y, et al. Mosaic: in-memory computing and routing for small-world spike-based neuromorphic systems[J]. *Nature communications*, 2024, 15:142.
- [5] JEBALI F, MAJUMDAR A, TURCK C, et al. Powering AI at the edge: a robust, memristor-based binarized neural network with near-memory computing and miniaturized solar cell[J]. *Nature communications*, 2024, 15:741.
- [6] STRUKOV D B, SNIDER G S, STEWART D R, et al. The missing memristor found[J]. *Nature*, 2008, 453:80-83.
- [7] CHUA L. Memristor, Hodgkin-Huxley, and edge of chaos[J]. *Nanotechnology*, 2013, 24(38):383001.
- [8] SAH M P, KIM H, CHUA L. Brains are made of memristors[J]. *IEEE circuits and systems magazine*, 2014, 14(1):12-36.
- [9] CHUA L. Local activity is the origin of complexity[J]. *International journal of bifurcation and chaos*, 2005, 15(11):3435-3456.
- [10] AMBROGIO S, NARAYANAN P, TSAI H, et al. Equivalent-accuracy accelerated neural network training using analogue memory[J]. *Nature*, 2018, 558:60-67.
- [11] PREZIOSO M, MERRIKH-BAYAT F, HOSKINS B D, et al. Training and operation of an integrated neuromorphic network based on metal-oxide memristors[J]. *Nature*, 2015, 521:61-64.
- [12] YAO P, WU H, GAO B, et al. Fully hardware-implemented memristor convolutional neural network[J]. *Nature*, 2020, 577:641-647.
- [13] IELMINI D, WONG H S P. In-memory computing with resistive switching devices[J]. *Nature electronics*, 2018, 1:333-343.
- [14] HODGKIN A L, HUXLEY A F. A quantitative description of membrane current and its application to conduction and excitation in nerve[J]. *The journal of physiology*, 1952, 117(4):500-544.
- [15] CHUA L. Hodgkin-Huxley equations implies edge of chaos kernel[J]. *Japanese journal of applied physics*, 2022, 61:SM0805.
- [16] CHUA L, SBITNEV V, KIM H. Neurons are poised near the edge of chaos[J]. *International journal of bifurcation and chaos*, 2012, 22(4):1250098.
- [17] CHUA L. If it's pinched it's a memristor[J]. *Semiconductor science and technology*, 2014, 29(10):104001.
- [18] CHUA L. Memristor—the missing circuit element[J]. *IEEE transactions on circuit theory*, 1971, 18(5):507-519.
- [19] CHUA L, KANG S M. Memristive devices and systems[J]. *Proceedings of the IEEE*, 1976, 64(2):209-223.
- [20] JAMES M T, HE T. The fourth element[J]. *Nature*, 2008, 453:42-43.
- [21] CHUA L. Everything you wish to know about memristors but are afraid to ask[J]. *Radioengineering*, 2015, 24(2):319-368.
- [22] CHUA L. Resistance switching memories are memristors[M]//CHUA L, SIRAKOULIS G C, ADAMATZKY A. *Handbook of Memristor Networks*. Springer Cham, 2019.

- [23] 靳培培. 局部有源忆阻器的神经形态动力学研究[D]. 杭州:杭州电子科技大学,2023.
- [24] KUMAR S,STRACHAN J P,WILLIAMS R S. Chaotic dynamics in nanoscale NbO₂ Mott memristors for analogue computing[J]. Nature,2017,548:318-321.
- [25] MESSARIS I,BROWN T D,DEMIRKOL A S,et al. NbO₂-Mott memristor;a circuit-theoretic investigation[J]. IEEE transactions on circuits and systems I:regular papers,2021,68(12):4979-4992.
- [26] YUAN R,DUAN Q,TIW P J,et al. A calibratable sensory neuron based on epitaxial VO₂ for spike-based neuromorphic multisensory system[J]. Nature communications,2022,13(1):3973.
- [27] BOHAICHUK S M,KUMAR S,PITNER G,et al. Fast spiking of a mott VO₂-carbon nanotube composite device[J]. Nano letters,2019,19(10):6751-6755.
- [28] SHARMA A A,LI Y,SKOWRONSKI M,et al. High-frequency TaO_x-based compact oscillators [J]. IEEE transactions on electron devices,2015,62(11):3857-3862.
- [29] MANNAN Z I,CHOI H,KIM H. Chua corsage memristor oscillator via Hopf bifurcation[J]. International journal of bifurcation and chaos,2016,26(4):1630009.
- [30] 董玉姣. 局部有源忆阻器的混沌和神经形态动力学[D]. 杭州:杭州电子科技大学,2022.
- [31] JIN P,WANG G,LIANG Y,et al. Neuromorphic dynamics of Chua corsage memristor[J]. IEEE transactions on circuits and systems I:regular papers,2021,68(11):4419-4431.
- [32] 周玮. 新型记忆元件混沌振荡电路研究[D]. 杭州:杭州电子科技大学,2022.
- [33] JIN P,LIANG Y,WANG G,et al. Shortcuts to edge-of-chaos domains of memristive circuits and historic measurement of contiguous triple-branch V-I curve of chua corsage memristor[J]. International journal of bifurcation and chaos,2022,32(15):2230035.
- [34] JIN P,WANG G,CHEN L. Biphasic action potential and chaos in a symmetrical Chua corsage memristor-based circuit[J]. Chaos,2023,33(2):023120.
- [35] WATANABE M,OTANI N F,GILMOUR R F. Biphasic restitution of action potential duration and complex dynamics in ventricular myocardium[J]. Circulation research,1995,76(5):915-921.
- [36] DUMITRU D,KING J C,VAN DER RIJT W,et al. The biphasic morphology of voluntary and spontaneous single muscle fiber action potentials[J]. Muscle & nerve:official journal of the american association of electrodiagnostic medicine,1994,17(11):1301-1307.
- [37] YAO L H,YU H M,XIONG Q P,et al. Cordycepin decreases compound action potential conduction of frog sciatic nerve in vitro involving Ca²⁺-dependent mechanisms[J]. Neural plasticity,2015(1):927817.
- [38] 应佳捷. 基于局部有源忆阻器的混沌与神经元电路研究[D]. 杭州:杭州电子科技大学,2022.
- [39] YING J,MIN F,WANG G. Neuromorphic behaviors of VO₂ memristor-based neurons[J]. Chaos, solitons and fractals,2023,175:114058.
- [40] ASCOLI A,DEMIRKOL AS,TETZLAFF R,et al. Edge of chaos theory resolves smale paradox [J]. IEEE transactions on circuits and systems I:regular papers,2022,69(3):1252-1265.
- [41] ZHOU W,JIN P,DONG Y,et al. Memristor neurons and their coupling networks based on edge of chaos kernel[J]. Chaos,solitons and fractals,2023,177:114224.
- [42] ASCOLI A,DEMIRKOL A S,TETZLAFF R,et al. On local activity and edge of chaos in a NaM-Lab memristor[J]. Frontiers in neuroscience,2021,15:651452.
- [43] FELL J,AXMACHER N. The role of phase synchronization in memory processes[J]. Nature re-

- views neuroscience, 2011, 12(2): 1052011.
- [44] LAINSCSEK C, RUNGRATSAMEETAWEEMANA N, CASH S. Cortical chimera states predict epileptic seizures[J]. Chaos, 2019, 29(12): 121106.
- [45] KANG L, TIAN C, HUO S, et al. A two-layered brain network model and its chimera state[J]. Sciencereports, 2019, 9: 14389.
- [46] DONG Y J, WANG G Y, WANG Z R, et al. Neuromorphic behaviors of the 4-lobe chua corsage memristor[J]. International journal of bifurcation and chaos, 2022, 32(4): 2250058.
- [47] JIN P, WANG G, LIANG Y, et al. Poor man's memristor: Chua corsage memristor[J]. IEEE trans circuits and systems II: express briefs, 2023, 70(8): 3139.
- [48] CHUA L. Homemade US\$ 10 Chua corsage memristor, use it to make the poor man's biomimetic neurons[J]. IEEE electron devices magazine, 2023, 1(2): 10-22.

Neuromorphic Dynamics of Locally Active Memristors

WANG Guangyi

(School of Electronics and Information,
Hangzhou Dianzi University, Hangzhou 310018, China)

Abstract: Driven by exponential growth of computing power demand, the miniaturization of transistor density in computer chips is approaching the physical limit, and the traditional Von Neumann computing architecture, which separates storage and computing, has formed speed and power bottlenecks. A promising alternative scheme is brain-like computing based on memristor neuromorphic dynamics. Memristors can imitate the behaviors of neurons and synapses to directly process and store information at the physical level, achieving a new brain-like computing architecture with high energy efficiency, high computing power and in-memory computing. In this review paper, the latest progress in the study on neuromorphic dynamics of local active memristors is mainly introduced, including the characteristics and modeling of locally active memristors, artificial neuron models and design methods based on edge of chaos theory and locally active memristors, dynamic mechanisms of memristor-based neuron action potentials, theoretical explanations of the Smale paradox and the Chimera state in memristive neural networks, as well as the physical implementations and experiments of memristor-based neurons.

Keywords: memristor; local activity; edge of chaos; neuron; brain-like computing

(责任编辑:王新亮)

引用格式 王光义. 局部有源忆阻器的神经形态动力学[J]. 山东航空学院学报, 2024, 41(1): 28-46. WANG G Y. Neuromorphic dynamics of locally active memristors[J]. Journal of Shandong University of Aeronautics, 2024, 41(1): 28-46.