

【航空科学与工程研究】

# 基于匈牙利算法的航班大面积延误 放行排序优化

赵延毫, 张劲松, 王清琦

(郑州航空工业管理学院 民航学院, 河南 郑州 450046)

**摘要:**航班延误给航空运输业带来了许多不良影响。从航空公司的角度出发,以航空公司延误损失最小作为研究目标,分析延误损失的构成,并对延误航班经济损失建立指派问题数学模型,通过匈牙利算法计算最优解,从而得出航班大面积延误情况下,航空公司经济损失最少的航班恢复放行序列。

**关键词:**航班延误;经济损失;放行排序;匈牙利算法

**中图分类号:** V 35      **文献标识码:** A      **DOI:**10.13486/j.cnki.1673-2618.2023.04.005

随着经济的发展,我国民航运输的航班量持续增长,同时由于天气、空中流量、航空公司运力调配等原因造成的航班延误问题越来越突出。在实际运行中,航班延误往往会造成旅客满意度下降、航空公司客户资源流失;同时,因航班延误信息通报不畅,后续服务不到位及相关服务补偿不到位等种种原因,导致旅客与服务提供方(航空公司)之间产生种种冲突的现象也屡见不鲜,对所在机场的声誉也构成一定的影响<sup>[1]</sup>。然而在航班大面积延误中,航空公司实际上是受损失最大的一方。因此,本文以航班延误给航空公司造成的损失为研究对象,以航空公司经济损失最小化为目标,讨论在机场出现航班大面积延误后,如何进行放行排序优化,从而降低航空公司的损失,也为航空公司运行控制部门在航班延误后的恢复,提供一个参考办法。

## 1 航班延误损失

### 1.1 损失的构成

航班延误会给航空公司带来经济损失,这些损失包括可量化的显性损失和不可量化的隐性损失。显性损失是指看得到的可以计量的损失,主要包括航空公司的盈利损失和运营成本损失。盈利损失是指由于延误而占用航空公司资源,减少航空公司的盈利而带来的损失;运营成本损失是指,由于航班延误产生的地面耗油、机组执勤时间增长、提供旅客服务等造成成本增加产生的损失。航空公司的隐性损失则是指由于航班长时间延误而造成的旅客对该航空公司的体验感差、认可度下降等带来名誉损失及产生的其他方面间接损失<sup>[2]</sup>。由于隐性损失含有不确定性和不可计量性,所以在后续的研究中隐性损失暂不予考虑。

### 1.2 损失的计算

#### 1.2.1 航空公司盈利损失

航空公司的每架次航班盈利情况都会直接受到航班延误的影响。设该架次航班  $i$  的利润

收稿日期:2023-03-09

第一作者简介:赵延毫(1991—),男,河南洛阳人,助教,硕士,从事飞行程序设计、航空运行与签派放行研究。  
E-mail:565340159@qq.com

$$P_i = n_i \times \theta_i \times Y_i - C_i (i=1, 2, 3, \dots, n),$$

式中:  $n_i$  为执飞航班  $i$  的飞机座位数,  $\theta_i$  为该航班  $i$  的客座率,  $Y_i$  为乘客的平均票价,  $C_i$  为该航班  $i$  的成本。

由于单架次航班的成本组成和计算都比较困难和复杂,因此,在计算航班盈利时以航空公司航班运营的利润率来估算航班利润。那么航班  $i$  的利润

$$P_i = n_i \times \theta_i \times Y_i \times \omega (i=1, 2, 3, \dots, n)。$$

设  $t_i$  为航班  $i$  的平均飞行时间,那么航班  $i$  平均每小时的利润

$$\bar{P}_i = \frac{n_i \theta_i Y_i \omega}{t_i} (i=1, 2, 3, \dots, n)。$$

假设航班  $i$  延误时间为  $T_i$ ,那么因为航班  $i$  延误造成的航空公司的盈利的损失应该是一个关于延误时间  $T_i$  的函数,设因为延误造成的航空公司某航班  $i$  的盈利损失

$$Loss_i = \bar{P}_i \times T_i = \frac{n_i \theta_i Y_i \omega}{t_i} \times T_i (i=1, 2, 3, \dots, n)。$$

### 1.2.2 航空公司成本损失

航班运营成本主要有航油成本、职工薪酬费用、折旧费用、起降费用、飞机维修费、飞机经营租赁费、餐食、机供品费用等。航班延误会影响航空公司职工的薪酬费用、停靠机场的停机费、餐食机供品费用、旅客服务费等,势必会造成航空公司运行成本的增加<sup>[3]</sup>。

当航班不能正常起飞时,航空公司会承担额外的运营损失,例如停机费、旅客服务费、飞机维修费等;还有一些隐性的损失,例如旅客流失和名誉损失等。在具体计算每架航班的延误损失的时候,因为组成航班延误成本的因素比较多,其中有些隐性成本存在不确定性,更难以准确计算。本文的计算中将以飞机延误的运营成本作为主要的成本。飞机延误的运营成本主要与飞机的延误时间和机型有关。航班延误的时间越长,所需要承担的额外运营成本就越高,就实际情况而言,飞机的重量越大,运营的成本就越高,最大起飞重量小于等于 7 t 的轻型机(L)的运营成本损失为 208 元/h,最大起飞重量 7~136 t 的中型机(M)的运营成本损失为 2916 元/h,最大起飞重量大于等于 136 t 的重型机(H)的运营成本损失为 4167 元/h<sup>[4]</sup>。

设  $W$  为各机型单位时间内的延误运营成本,设  $T_i$  为航班  $i$  延误的时间,可以得到航空公司某航班  $i$  的延误的运营成本损失

$$Cost_i = W \times T_i (i=1, 2, 3, \dots, n)。$$

### 1.2.3 延误赔偿

《航班正常管理规定》:由于航空公司原因造成的航班延误超过两个小时须对旅客进行经济补偿,补偿由航空公司自行决定<sup>[5]</sup>。中国南方航空公司航班延误补偿标准规定,由于公司原因造成航班延误时,机上延误超过 2 h(含)的,应当为机上旅客提供饮用水和食品,因公司原因在起飞地延误超过 4 h(不超过 8 h)赔偿旅客 200 元,延误超过 8 h 赔偿 400 元<sup>[6]</sup>。

因为航班延误对单个旅客的延误赔偿费用

$$F_i = \begin{cases} 0 (0 \leq T_i < 4), \\ 200 (4 \leq T_i < 8), \\ 400 (8 \leq T_i)。 \end{cases}$$

假设执飞该航班  $i$  的座位数为  $n_i$ ,该航班的客座率为  $\theta_i$ ,航班  $i$  因为航班延误对旅客的延误赔偿

$$Q_i = n_i \theta_i F_i (i=1, 2, 3, \dots, n)。$$

### 1.2.4 航班延误总损失

延误航班  $i$  的经济损失  $S_i$  为盈利损失  $Loss_i$ 、运营成本损失  $Cost_i$ 、延误赔偿  $Q_i$  之和,即

$$S_i = Loss_i + Cost_i + Q_i。$$

## 2 航班延误恢复模型的建立

航班延误后的恢复运行,传统的做法是按照延误航班的时刻进行放行排序和恢复。这样虽然看起来比较合理,但对于航空公司却不是最经济的恢复方案。本文以航空公司经济损失最小为目标,进行放行策略的研究,通过运行控制手段对延误航班重新排序,来探究航班大面积延误结束后最优的放行策略。

### 2.1 经济效益优先的放行策略

航空公司经济效益优先的放行策略,以航空公司航班延误造成的经济损失最小为运行目标。需要通过对不同延误航班放行序列的经济损失计算,并通过比较不同放行序列的延误总损失的大小,选择出延误总损失最小的放行序列。

综上以航空公司经济损失最小为目标的放行策略,是通过延误航班的放行序列实现的,可以看作运筹学中的指派问题。运用指派问题的原理对航班放行序列进行优化。

### 2.2 建立效益最优的整数规划模型

运用指派问题的原理,航班排序问题可描述为:有  $n$  个航班延误,做航班恢复工作时根据放行规则有  $n$  个航班放行时刻可供延误航班放行起飞,每个航班选择不同的放行时刻,造成的航空公司航班延误经济损失或者延误时间也不一样,同时要求这些航班和起飞时刻是一一对应的关系。此时应指派哪个航班在哪个时刻起飞,可使完成所有的航班恢复工作造成的公司经济损失最少<sup>[7]</sup>。

因为上述指派问题共有  $n$  个航班延误和  $n$  个可供选择的放行时刻。每个延误航班和起飞的顺序存在着一一对应的关系,为了解决这个问题,建立一个标准的指派问题数学模型,模型中决策变量

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{当延误航班 } i \text{ 第 } j \text{ 次序起飞,} \\ 0 & \text{当延误航班 } i \text{ 不第 } j \text{ 次序起飞,} \end{cases}$$

其中,  $i, j = 1, 2, 3, \dots, n$ 。该模型中  $C_{ij}$  为决策变量系数,  $C_{ij} = i$  航班第  $j$  序列起飞的延误总损失。则目标函数

$$A = \min \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n C_{ij} x_{ij} \quad (i, j = 1, 2, 3, \dots, n)。$$

该模型的约束条件为

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n x_{ij} = 1 \quad (j = 1, 2, 3, \dots, n) \text{ (一个起飞时刻只能安排给一个航班),} \\ \sum_{j=1}^n x_{ij} = 1 \quad (i = 1, 2, 3, \dots, n) \text{ (一个起飞时刻只能安排给一个航班),} \\ x_{ij} = 0 \text{ 或 } 1 \quad (i, j = 1, 2, 3, \dots, n)。 \end{cases}$$

模型中包含的决策变量系数为  $n^2$  个,满足这些条件的称为可行解矩阵,是使目标函数最小的最优解,对应一个最优的解决方案,针对此问题本文将采用匈牙利算法求解。

### 2.3 匈牙利算法

匈牙利算法根据“系数矩阵中独立 0 元素的最多个数等于能覆盖所有 0 元素的最小直线数”这一定理。如果这些 0 元素分布在系数矩阵的不同的行和不同的列上,那么这些 0 元素可以称为独立的 0 元素。如果得到了系数矩阵的独立的 0 元素恰好等于系数矩阵的阶数,将独立 0 元素所在位置取值为 1,其他位置取值为 0,那么这个仅含有 0 和 1 的矩阵就是系数矩阵所对应的指派问题的最优解<sup>[8]</sup>。

针对目标函数  $A = \min \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n C_{ij} x_{ij} \quad (i, j = 1, 2, 3, \dots, n)$  的指派问题,用匈牙利算法的步骤如下。

第一步:对指派问题的系数矩阵进行变换后在各行各列中都包含至少一个 0 元素,为了实现这个目标分两步进行。(1)使系数矩阵中的每一行都分别减去该行中的最小元素;(2)使上一步得到的矩阵中每一

列都分别减去该列中的最小元素。

第二步:判断方案是否最优,方法是用最少数量的直线覆盖0元素。(1)若直线数等于阶数 $n$ ,可通过观察读出最优方案,在矩阵中找出 $n$ 个0元素,其中任意两个0不在同一行或同一列,则这些0元素就对应着最优指派方案,则转到第四步;(2)若直线数量少于 $n$ ,则转到第三步。

第三步:找出未被直线覆盖的0元素中的最小元素 $\alpha$ 。(1)用未被直线覆盖的元素减 $\alpha$ ;(2)直线交叉位置元素 $+\alpha$ ;(3)其他元素不变。返回第二步进行方案最优的判断。

第四步:最优方案标记。逐行检查系数矩阵,当某行只有一个0元素时用○标示出来,作为独立0元素,同时将所在该列上的其他0元素划去,直到每一行都没有未被标记的0元素或至少有两个以上未标记的0元素为止。令独立0元素取值为1,其他位置取值为0,那么这个仅含有0和1的矩阵就是系数矩阵所对应的指派问题的最优解<sup>[9]</sup>。

### 3 算例分析

表1为某日某航空公司在某机场起飞的航班信息,根据该公司财报数据,公司的平均利润率为5.31%<sup>[10]</sup>。某机场上午9:00因为突降大雨导致航班延误不能起飞,上午10:35天气好转,满足起飞条件,可以放行飞机。依据道面及机场保障能力,规定两架飞机之间起飞时刻间隔为5 min。

表1 延误航班信息表

航班号	机型	座位数	正常起飞时刻	客座率	平均票价/元	飞行时间/h
FLT01	中型	180	08:55	80%	800	1.5
FLT02	中型	150	09:05	85%	750	2.0
FLT03	重型	280	09:10	90%	900	2.0
FLT04	中型	180	09:15	95%	950	2.5
FLT05	重型	220	09:25	90%	850	2.7

由于航班与起飞时刻一一对应,可以将问题转换成指派问题,5架航班分别对应5个起飞时刻,先计算出每一架航班对应的5个起飞时刻的经济损失,再将计算结果组成一个 $5 \times 5$ 的价值系数矩阵,最后用匈牙利算法求出最优解,得到一个最优方案。

假设按照原起飞时刻对延误航班进行排序,则航班1第一个起飞,起飞时刻为10:35。那么延误时间 $T$ 就是100 min,造成的航空公司盈利损失 $= (180 \times 800 \times 80\% \times 5.31\% / 90) \times 100 \approx 6797$ (元),造成的运营成本损失 $= 2916 \times 100 / 60 = 4860$ (元),因天气原因延误且未超过4 h,所以无需进行延误赔偿,所以航班1第一个起飞造成的总经济损失为11 657元。依照此方法,将每架航班对应的5个起飞时刻的总损失分别算出,得到表2。

表2 延误航班经济损失表 元

航班号	起飞顺序1	起飞顺序2	起飞顺序3	起飞顺序4	起飞顺序5
FLT01	11 657	12 240	12 822	13 405	13 988
FLT02	9 925	10 476	11 028	11 579	12 131
FLT03	14 434	15 283	16 132	16 981	17 830
FLT04	8 488	9 019	9 549	10 080	10 610
FLT05	8 022	9 345	9 968	10 591	11 214

根据延误航班经济损失表得到 $5 \times 5$ 的矩阵

$$C = \begin{bmatrix} 11 & 657 & 12 & 240 & 12 & 822 & 13 & 405 & 13 & 988 \\ 9 & 925 & 10 & 476 & 11 & 028 & 11 & 579 & 12 & 131 \\ 14 & 434 & 15 & 283 & 16 & 132 & 16 & 981 & 17 & 830 \\ 8 & 488 & 9 & 019 & 9 & 549 & 10 & 080 & 10 & 610 \\ 8 & 022 & 9 & 345 & 9 & 968 & 10 & 591 & 11 & 214 \end{bmatrix}。$$

变换价值系数矩阵,使得各行各列都出现 0 元素,使用的方法是将该系数矩阵中的每一行都减去本行的最小元素,得到的新系数矩阵的每一列都减去本列的最小元素,得到矩阵

$$C' = \begin{bmatrix} 0 & 52 & 104 & 156 & 209 \\ 0 & 20 & 42 & 62 & 84 \\ 0 & 318 & 637 & 955 & 1274 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 792 & 885 & 977 & 1070 \end{bmatrix}。$$

根据上述匈牙利算法的步骤,对系数矩阵进行变换最终得到矩阵

$$C'' = \begin{bmatrix} 266 & 0 & 0 & 32 & 85 \\ 328 & 30 & 0 & 0 & 22 \\ 0 & 0 & 267 & 565 & 884 \\ 390 & 72 & 20 & 0 & 0 \\ 0 & 474 & 515 & 587 & 680 \end{bmatrix}。$$

上述矩阵中有 5 个独立的 0 元素,即得到了最优解,对  $C''$  中独立 0 元素标 1,其余元素标 0,则简化后的矩阵

$$X = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}。$$

由此得到的最优的指派方案为:航班 FLT01 排序第三起飞,航班 FLT02 排序第四起飞,航班 FLT03 排序第二起飞,航班 FLT04 排序第五起飞,航班 FLT05 排序第一起飞。根据表 2 计算出优化后的航班放行排序与按照传统的时刻先后排序延误损失情况如表 3 所示。

表 3 优化前后排序与损失对比

放行排序方案	放行顺序	损失情况/元
按时间顺序放行	FLT01→FLT02→FLT03→FLT04→FLT05	59 559
基于延误损失放行	FLT05→FLT03→FLT01→FLT02→FLT04	58 316

由表 3 可以看出,通过对延误航班的重新排序挽回的经济损失为  $59\,559 - 58\,316 = 1\,243$ (元),占总经济损失的 2.13%。由此可以看出本文研究的航班延误恢复策略是有效的,成功地减小了延误航班对航空公司经济效益的负面影响,具有实际应用价值。

#### 4 结论

本文对航班发生大面积延误后所产生的经济损失进行了分析。根据经济损失的组成,构建了以经济损失最小为目标的航班延误放行排序策略。利用匈牙利算法,对该模型进行求解,结果表明:航班发生大面积延误后,以该模型进行放行排序,能够有效地减少延误航班所造成经济损失。与利用传统的航班时刻

排序方法所计算出的经济损失比较,本文所研究的延误航班恢复策略是可行有效的。

### 参考文献:

- [1] 岳家彤,邵军,姜宇.基于航班历史数据的呼和浩特机场航班时刻资源优化分析[J].民航管理,2021(5):58-62.
- [2] 田倩南,李昆鹏,李文莉,等.受扰航班恢复问题的优化方案研究[J].管理学报,2018,15(10):1081-1088.
- [3] 左杰俊,钟奇,王强,等.基于机场放行能力的离场航班时刻优化[J].中国科技信息,2020(7):98-100.
- [4] 佐江丽.复杂天气条件下航班放行评估分析[J].科学技术创新,2019(29):27-28.
- [5] 中国民用航空局政策法规司.航班正常管理规定(CCAR-300)[Z].北京:中国民用航空局,2016.
- [6] 师超.大面积航班延误下放行排序优化研究[J].西安航空学院学报,2020,38(1):59-64.
- [7] 张兆宁,张莹莹.大面积航班延误下空中交通网络流系统的拥堵识别[J].科学技术与工程,2019,19(36):363-368.
- [8] 谷润平,王焱妍,魏志强.基于遗传算法的航班机队优化问题研究[J].航空计算技术,2018,48(2):29-32.
- [9] 何昕,宫献鑫,王春政,等.枢纽机场航班延误恢复模型研究[J].科技和产业,2018,18(18):124-127.
- [10] 胡锦涛.中国南方航空公司财务风险管理研究[D].广州:广东工业大学,2021.

## Flight Large-area Delay Release Sorting Optimization Based on Hungarian Algorithm

ZHAO Yanhao, ZHANG Jinsong, WANG Qingqi

(School of Civil Aviation, Zhengzhou University of Aeronautics, Zhengzhou 450046, China)

**Abstract:** Flight delays have brought many adverse effects to the air transport industry. The composition of delay loss is analyzed from the perspective of airlines by taking the least delay loss of airlines as the research objective, a mathematical model of the assignment problem of delayed flights is established, and the optimal solution is calculated through the Hungarian algorithm, so as to obtain the flight recovery release sorting with the least economic loss of airlines under the condition of large-area flight delay.

**Keywords:** flight delays; economic loss; release sorting; Hungarian algorithm

(责任编辑:唐立平)