

【微分方程与动力系统研究】

考虑服务质量的供应链量子 博弈模型的动力学分析

郭庆羽

(兰州交通大学 数理学院, 甘肃 兰州 730070)

摘 要:对服务供应链中两家企业的服务质量改进程度进行研究。通过引入量子纠缠建立量子博弈静态模型,得到了两家企业的最优策略和最优量子利润,然后再引入梯度调整机制建立量子博弈动态模型,研究了系统的稳定性和复杂的动力学行为,重点讨论了量子纠缠消失和不为零两种情况。研究表明,量子纠缠的不断增大,会降低系统的稳定性,并提高系统出现分岔和混沌的可能性。量子纠缠的引入解决了两家企业缺乏合作的问题,这更加符合现实的经济情况。

关键词:服务质量;量子纠缠;稳定性;分岔;多稳态运动

中图分类号: O 175; O 225 **文献标识码:** A DOI:10.13486/j.cnki.1673-2618.2023.04.011

服务质量作为一种博弈策略在企业吸引客户时发挥着重要作用,在服务供应链中考虑服务质量的研究已成为学术界的研究热点^[1-2]。量子博弈论是在经典博弈论的基础上加入量子信息的博弈理论,并且在经济领域的运用中展现出了突出优势^[3-4]。

文献[5-7]都是分析的静态模型,但静态模型不能反映市场随时间变化的过程。在动态经济博弈中,企业对对方决策信息的了解是有限的,企业的决策不可能是完美理性的,因此,假设企业采取的策略是有限理性的^[8]。Yang 等^[9]研究了一个量子双寡头垄断博弈的动力学模型,其中参与者使用有限理性来调整自己的决策,同时分析了量子均衡点的稳定性条件。Zhang 等^[10]应用量子博弈论分析了具有有限理性参与者的量子古诺双寡头垄断博弈的混沌动力学,发现量子纠缠会加速系统的分岔和混沌。朱唯唯^[11]建立了有限理性下的量子古诺寡头模型,发现量子纠缠作为使企业之间进行合作的物理参数也会影响系统的稳定性。

本文依据 Li-Du-Massar 量子方案,将服务供应链中企业的服务质量改进策略量子化,并针对有限理性下服务供应链量子博弈动态模型的动力学行为进行研究,分析量子均衡点的稳定性条件和量子纠缠对系统稳定性的影响。

1 量子博弈静态模型的建立

本文考虑了一个由服务提供商、服务集成商和消费者构成的服务供应链,主要研究服务供应链中服务提供商和服务集成商的最优服务质量改进策略问题。服务提供商提供基本的产品和服务。服务集成商是在服务提供商提供基本产品和服务的基础上进行深加工,提高服务附加值,最后将产品和增值服务销售给

收稿日期:2022-10-13

基金项目:国家自然科学基金项目(61863022);中国博士后科学基金项目(2017M623276)

作者简介:郭庆羽(1997—),女,山东菏泽人,硕士研究生,主要从事非线性动力学研究。

E-mail:gqy15095429198@163.com

具有不确定需求的消费者。

服务集成商和服务提供商分别用 $i(i=1,2)$ 表示。由文献[12]和服务供应链市场的实际情况可知,服务供应链中的两家企业都知道市场的需求信息,服务集成商面对消费者的价格 $p(p>0)$ 越高,消费者的需求就会越低,由此可得含有服务质量改进程度 $e_i(e_i>0, i=1,2)$ 的需求函数为 $D=D_0+ae_1+be_2-gp$ 。其中: $D_0(D_0>0)$ 表示服务供应链市场的潜在需求; a, b 和 g 分别是 e_1, e_2 和 p 的敏感系数,并且都大于零。此外,服务集成商和服务提供商进行服务质量改进所付出的成本^[13]为 $T_i=c_i e_i^2/2(i=1,2)$,其中 $c_i>0(i=1,2)$ 表示企业成本函数的影响因子。

假设 $M(M>0)$ 是服务提供商的固定成本,那么服务集成商和服务提供商的利润函数分别为

$$\begin{cases} \pi_1 = (p-w)D - T_1 = (p-w)(D_0 + ae_1 + be_2 - gp) - \frac{1}{2}c_1 e_1^2, \\ \pi_2 = wD - T_2 - M = w(D_0 + ae_1 + be_2 - gp) - \frac{1}{2}c_2 e_2^2 - M. \end{cases} \quad (1)$$

根据 Li-Du-Massar 量子方案^[5-6],对上述模型量子化如下:假设服务集成商和服务提供商的博弈从量子态 $|\nu ac_1\rangle \otimes |\nu ac_2\rangle$ 开始,通过一个特定的纠缠酉算子 $\hat{J}(\gamma) = \exp\{-\gamma(\hat{a}_1^+ \hat{a}_2^+ - \hat{a}_1 \hat{a}_2)\}$,使初始状态转化为量子纠缠状态 $|\Psi_i\rangle = \hat{J}(\gamma) |\nu ac_1\rangle \otimes |\nu ac_2\rangle$,其中, \hat{a}_i^+ (\hat{a}_i) 是企业 i 在电磁场中的产生(湮灭)算符。接着两家企业分别通过局部算子 $\hat{D}_1(x_1) = \exp\{x_1(\hat{a}_1^+ - \hat{a}_1)/\sqrt{2}\}$ 与 $\hat{D}_2(x_2) = \exp\{x_2(\hat{a}_2^+ - \hat{a}_2)/\sqrt{2}\}$ 来执行策略,在两家企业实施行动后,博弈状态变为 $(\hat{D}_1(x_1) \otimes \hat{D}_2(x_2)) \hat{J}(\gamma) |\nu ac_1\rangle \otimes |\nu ac_2\rangle$ 。最后,运用解纠缠操作 $\hat{J}(\gamma)^+$ 得到最终状态 $|\Psi_f\rangle = \hat{J}(\gamma)^+ (\hat{D}_1(x_1) \otimes \hat{D}_2(x_2)) \hat{J}(\gamma) |\nu ac_1\rangle \otimes |\nu ac_2\rangle$ 。最终得到服务集成商和服务提供商的服务质量改进程度分别为

$$\begin{cases} e_1 = x_1 \cosh \gamma + x_2 \sinh \gamma, \\ e_2 = x_2 \cosh \gamma + x_1 \sinh \gamma. \end{cases} \quad (2)$$

其中, x_1 与 x_2 分别表示两家企业的量子策略。当纠缠度 $\gamma=0$ 时, $\hat{J}(\gamma) = I$,此时 $e_1 = x_1, e_2 = x_2$ 。

将式(2)代入式(1),得到两家企业的量子利润为

$$\begin{cases} \pi_1^Q = (p-w)[D_0 + a(x_1 \cosh \gamma + x_2 \sinh \gamma) + b(x_2 \cosh \gamma + x_1 \sinh \gamma) - gp] - \frac{1}{2}c_1(x_1 \cosh \gamma + x_2 \sinh \gamma)^2, \\ \pi_2^Q = w[D_0 + a(x_1 \cosh \gamma + x_2 \sinh \gamma) + b(x_2 \cosh \gamma + x_1 \sinh \gamma) - gp] - M - \frac{1}{2}c_2(x_2 \cosh \gamma + x_1 \sinh \gamma)^2. \end{cases}$$

服务集成商和服务提供商的边际利润为

$$\begin{cases} \frac{\partial \pi_1^Q}{\partial x_1} = (p-w)(a \cosh \gamma + b \sinh \gamma) - c_1 \cosh \gamma (x_1 \cosh \gamma + x_2 \sinh \gamma), \\ \frac{\partial \pi_2^Q}{\partial x_2} = (w)(b \cosh \gamma + a \sinh \gamma) - c_2 \cosh \gamma (x_2 \cosh \gamma + x_1 \sinh \gamma). \end{cases}$$

通过计算 $\frac{\partial \pi_i^Q}{\partial x_i} = 0$,得到量子博弈静态模型下的最优量子 Nash 均衡为

$$\begin{cases} x_1^Q = \frac{(c_2 p - c_1 w - c_2 w)(2a \cosh^2 \gamma + b \sinh 2\gamma) + 2ac_1 w}{2c_1 c_2 \cosh \gamma}, \\ x_2^Q = \frac{(p-w)bc_2 \sinh^2 \gamma - bc_1 w \cosh^2 \gamma + a \cosh \gamma \sinh \gamma (c_2 p - c_1 w - c_2 w)}{-c_1 c_2 \cosh \gamma}, \end{cases}$$

那么最优服务质量改进程度为

$$\begin{cases} e_1^{QP} = \frac{(p-w)(a \cosh \gamma + b \sinh \gamma)}{c_1 \cosh \gamma}, \\ e_2^{QP} = \frac{w(b \cosh \gamma + a \sinh \gamma)}{c_2 \cosh \gamma}. \end{cases} \quad (3)$$

因为 $\frac{\partial e_1^{QP}}{\partial \gamma} = \frac{b(p-w)}{c_1(\sinh^2 \gamma + 1)} > 0$ 和 $\frac{\partial e_2^{QP}}{\partial \gamma} = \frac{aw}{c_2(\sinh^2 \gamma + 1)} > 0$, 当服务供应链中两家企业的量子纠缠 γ 增加时, 显然, 两家企业的最优服务质量改进程度也会增加。

将式(3)代入式(1), 得到服务集成商和服务提供商的最优量子利润为

$$\begin{cases} \pi_1^{QP} = (p-w) \left[D_0 - gp + \frac{bw(b \cosh \gamma + a \sinh \gamma)}{c_2 \cosh \gamma} + \frac{a(p-w)(a \cosh \gamma + b \sinh \gamma)}{c_1 \cosh \gamma} \right] - \\ \quad \frac{(p-w)^2 (a \cosh \gamma + b \sinh \gamma)^2}{2c_1 \cosh^2 \gamma}, \\ \pi_2^{QP} = w \left[D_0 - gp + \frac{bw(b \cosh \gamma + a \sinh \gamma)}{c_2 \cosh \gamma} + \frac{a(p-w)(a \cosh \gamma + b \sinh \gamma)}{c_1 \cosh \gamma} \right] - M - \\ \quad \frac{w^2 (b \cosh \gamma + a \sinh \gamma)^2}{2c_2 \cosh^2 \gamma}. \end{cases}$$

2 量子博弈动态模型的建立

假设服务集成商和服务提供商并不完全了解市场需求, 那么, 两家企业只能做出有限理性决策。具体来说, 企业会根据对边际利润的估计决定服务质量改进策略。当 $\frac{\partial \pi_i}{\partial e_i} = 0$ 时, 企业 i 在 $t+1$ 时期会维持其服务质量改进程度; 当 $\frac{\partial \pi_i}{\partial e_i} < 0$ 时, 企业 i 会在 $t+1$ 时期降低其服务质量改进程度; 当 $\frac{\partial \pi_i}{\partial e_i} > 0$ 时, 企业 i 会在 $t+1$ 时期提高其服务质量改进程度。

假设服务集成商和服务提供商都选择上述梯度调整机制^[10-11], 则可以建立如下量子博弈动态模型

$$\begin{cases} x_1(t+1) = x_1(t) + \nu_1 x_1(t) [(p-w)(a \cosh \gamma + b \sinh \gamma) - c_1 \cosh \gamma (x_1(t) \cosh \gamma + x_2(t) \sinh \gamma)], \\ x_2(t+1) = x_2(t) + \nu_2 x_2(t) [w(b \cosh \gamma + a \sinh \gamma) - c_2 \cosh \gamma (x_2(t) \cosh \gamma + x_1(t) \sinh \gamma)]. \end{cases}$$

其中 $\nu_1, \nu_2 (\nu_1, \nu_2 > 0)$ 分别表示服务集成商和服务提供商的调整速度。为了简化后续公式的形式, 令

$$\begin{aligned} A_1 &= (p-w)(a \cosh \gamma + b \sinh \gamma), A_2 = w(b \cosh \gamma + a \sinh \gamma), B_1 = c_2 \cosh^2 \gamma, \\ B_2 &= c_2 \cosh^2 \gamma, C_1 = c_2 \cosh \gamma \sinh \gamma, C_2 = c_2 \cosh \gamma \sinh \gamma. \end{aligned}$$

显然 A_1, A_2, B_1, B_2, C_1 和 C_2 均大于零。量子博弈动态模型简化为

$$\begin{cases} x_1(t+1) = x_1(t) + \nu_1 x_1(t) [A_1 - B_1 x_1(t) - C_1 x_2(t)], \\ x_2(t+1) = x_2(t) + \nu_2 x_2(t) [A_2 - B_2 x_2(t) - C_2 x_1(t)]. \end{cases} \quad (4)$$

3 量子均衡点的局部稳定性分析

令 $x_i(t+1) = x_i(t), i=1, 2$, 得到量子博弈动态系统的 4 个量子均衡点为

$$E_1 = (0, 0), E_2 = (0, \frac{A_2}{B_2}), E_3 = (\frac{A_1}{B_1}, 0), E_4 = (\frac{A_1 B_2 - A_2 C_1}{B_1 B_2 - C_1 C_2}, \frac{A_2 B_1 - A_1 C_2}{B_1 B_2 - C_1 C_2}).$$

其中: 位于坐标轴 (x_1, x_2) 上的点 E_1, E_2 和 E_3 是量子博弈动态系统的 3 个量子边界均衡点; 位于 (x_1, x_2) 相平面内部的点 E_4 是量子博弈动态系统唯一的量子 Nash 均衡点。为了符合现实的经济意义, 需确保所有的量子均衡点都是正的。已知 $B_1 B_2 - C_1 C_2 = C_1 C_2 \cosh^2 \gamma > 0$, 那么, 量子边界均衡点 E_1, E_2, E_3 和量子 Nash 均衡点 E_4 具有非负性当且仅当不等式

$$\begin{cases} A_1 B_2 - A_2 C_1 > 0, \\ A_2 B_1 - A_1 C_2 > 0 \end{cases} \quad (5)$$

成立。为了讨论量子均衡点的局部稳定性,给出量子博弈动态系统的雅可比矩阵

$$J(x_1, x_2) = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}.$$

其中: $a_{11} = A_1\nu_1 - 2B_1\nu_1x_1 - C_1\nu_1x_2 + 1$, $a_{12} = -C_1\nu_1x_1$, $a_{21} = -C_2\nu_2x_2$, $a_{22} = A_2\nu_2 - 2B_2\nu_2x_2 - C_2\nu_2x_1 + 1$ 。

定理 1 量子边界均衡点 $E_1 = (0, 0)$ 是一个排斥的结点。

证明 将量子边界均衡点 $E_1 = (0, 0)$ 代入雅可比矩阵得到

$$J(E_1) = \begin{bmatrix} A_1\nu_1 + 1 & 0 \\ 0 & A_2\nu_2 + 1 \end{bmatrix}.$$

此时,雅可比矩阵为对角阵,对应的特征值分别是 $\lambda_1 = A_1\nu_1 + 1$ 和 $\lambda_2 = A_2\nu_2 + 1$ 。根据不等式(5)以及调整速度 $\nu_i > 0 (i=1, 2)$,可知 $|\lambda_1| > 1$ 和 $|\lambda_2| > 1$ 。所以,量子边界均衡点 E_1 是一个排斥的结点。

定理 2 量子边界均衡点 $E_2 = (0, \frac{A_2}{B_2})$ 是一个鞍点或排斥的结点。

证明 将量子边界均衡点 $E_2 = (0, \frac{A_2}{B_2})$ 代入雅可比矩阵得到

$$J(E_2) = \begin{bmatrix} \frac{\nu_1}{B_2}(A_1B_2 - A_2C_1) + 1 & 0 \\ \frac{C_2\nu_2A_2}{B_2} & -A_2\nu_2 + 1 \end{bmatrix}.$$

这时的雅可比矩阵是一个下三角矩阵,其特征值分别为 $\lambda_1 = \frac{\nu_1}{B_2}(A_1B_2 - A_2C_1) + 1$ 和 $\lambda_2 = -A_2\nu_2 + 1$ 。根据不等式(5)中的条件和参数 $\nu_1 > 0, B_2 > 0$,可知 $|\lambda_1| > 1$ 。对于第二个特征值 λ_2 (已知 $\nu_2 > 0$ 和 $A_2 > 0$),需要进行以下讨论:(1)当 $\nu_2 < \frac{2}{A_2}$ 时有 $|\lambda_2| < 1$,此时量子边界均衡点 E_2 是一个不稳定的鞍点;(2)当 $\nu_2 > \frac{2}{A_2}$ 时有 $|\lambda_2| > 1$,此时量子边界均衡点 E_2 是一个不稳定的结点。

定理 3 量子边界均衡点 $E_3 = (\frac{A_1}{B_1}, 0)$ 是一个鞍点或者排斥的结点。

因为量子边界均衡点 E_3 与 E_2 的讨论方法以及结论类似,所以不再重复说明。量子博弈动态系统在维持量子 Nash 均衡状态时对服务供应链市场具有重要意义,因为量子 Nash 均衡点 E_4 的局部稳定性分析与量子边界均衡点相比更加复杂,所以将运用 Jury 条件进行判断。

定理 4 量子 Nash 均衡点 $E_4 = (\frac{A_1B_2 - A_2C_1}{B_1B_2 - C_1C_2}, \frac{A_2B_1 - A_1C_2}{B_1B_2 - C_1C_2})$ 在满足条件 $\frac{2B_1E\nu_1 + 2B_2F\nu_2 - 4G}{EF\nu_2} < \nu_1 < \frac{B_1E\nu_1 + B_2F\nu_2}{EF\nu_2}$ 时是局部稳定的。

证明 将量子 Nash 均衡点 $E_4 = (\frac{A_1B_2 - A_2C_1}{B_1B_2 - C_1C_2}, \frac{A_2B_1 - A_1C_2}{B_1B_2 - C_1C_2})$ 代入雅可比矩阵为

$$J(E_4) = \begin{bmatrix} A_1\nu_1 + 1 - 2B_1\nu_1 \frac{E}{G} - C_1\nu_1 \frac{F}{G} & -C_1\nu_1 \frac{E}{G} \\ -C_2\nu_2 \frac{F}{G} & A_2\nu_2 + 1 - 2B_2\nu_2 \frac{F}{G} - C_2\nu_2 \frac{E}{G} \end{bmatrix}.$$

其中, $E = A_1B_2 - A_2C_1$, $F = A_2B_1 - A_1C_2$, $G = B_1B_2 - C_1C_2$, 并且 E, F, G 均大于 0。 $J(E_4)$ 的特征多项式是 $p(\lambda) = \lambda^2 - \text{Tr}(J)\lambda + \text{Det}(J)$, 其中 $\text{Tr}(J) = \frac{2G - B_1E\nu_1 - B_2\nu_2F}{G}$ 表示迹, $\text{Det}(J) = \frac{G - B_1E\nu_1 - B_2\nu_2F + \nu_1\nu_2EF}{G}$ 表示行列式。由于判别式 $\Delta = (\text{Tr}(J))^2 - 4\text{Det}(J) =$

$\frac{(B_1 E v_1 - B_2 F v_2)^2 + 4 C_1 C_2 E F v_1 v_2}{G^2} > 0$ 恒成立, 所以 $J(E_4)$ 的特征根都是实数。

只有不等式

$$\begin{cases} \text{(i)} 1 - \text{Tr}(\mathbf{J}) + \text{Det}(\mathbf{J}) = \frac{F E v_1 v_2}{G} > 0, \\ \text{(ii)} 1 + \text{Tr}(\mathbf{J}) + \text{Det}(\mathbf{J}) = \frac{4G - 2E v_1 B_1 - 2F v_2 B_2 + F E v_1 v_2}{G} > 0, \\ \text{(iii)} 1 - \text{Det}(\mathbf{J}) = \frac{E v_1 B_1 + F v_2 B_2 - F E v_1 v_2}{G} > 0 \end{cases}$$

的 Jury 判据成立时, 量子 Nash 均衡点 E_4 才会维持局部稳定的状态。根据已知条件, 条件 (i) 总是成立。这意味着量子 Nash 均衡点 E_4 的所有特征值在点 (1, 0) 处都不穿越复平面的单位圆。通过对上述 3 个条件的计算可得, 量子 Nash 均衡点 E_4 的局部稳定性条件是 $\frac{2B_1 E v_1 + 2B_2 F v_2 - 4G}{E F v_2} < v_1 < \frac{B_1 E v_1 + B_2 F v_2}{E F v_2}$ 。

4 当 $\gamma=0$ 时动态模型的动力学分析

在服务集成商和服务提供商的量子纠缠程度为零时, 式(4)变为

$$f_i(x_i) = x_i [1 + v_i (N_i - c_i x_i)], i = 1, 2. \tag{6}$$

为了方便后续的讨论, 令 $N_1 = a(p - w)$, $N_2 = bw$ 。通过简单的计算^[14]得到式(6)的两个不动点分别为 $x_0^* = 0$ 和 $x_1^* = \frac{N_i}{c_i}$ 。当 $|f'_i(x_0^*)| = |1 + v_i N_i| < 1$ 时, $v_i N_i < 0$ 不满足已知条件。当 $|f'_i(x_1^*)| = |1 - v_i N_i| < 1$ 时, 得到 $0 < v_i N_i < 2$, 并且满足已知条件, 此时不动点 x_1^* 是局部渐近稳定的。对式(6)进行求导, 在 $v_i N_i > 1$ 时, 将 x_1^* 代入求导后的公式, 取得的值为负, 即 $f'_i(x_1^*) < 0$, 因此, 轨迹最终震荡收敛到不动点 x_1^* 。在 $v_i N_i = 1$ 时, x_1^* 处于超稳定的状态。在 $v_i N_i = 2$ 时, 不动点 x_1^* 通过 flip 分岔失去稳定性, 形成一个二周期循环, 并且可以通过计算复合映射得到

$$x_{11}^* = \frac{N_i v_i - \sqrt{N_i^2 v_i^2 - 4} + 2}{2c_i v_i}, x_{12}^* = \frac{N_i v_i + \sqrt{N_i^2 v_i^2 - 4} + 2}{2c_i v_i}.$$

当 $v_i N_i = 2$ 时, 二周期循环不动点 x_{11}^* 和 x_{12}^* 与一周期不动点 x_1^* 重合, 这说明在 $v_i N_i = 2$ 处 $F(x_i)$ 发生 pitchfork 分岔, 导致 $F(x_i)$ 产生两个新的不动点。类似地, 这个二周期循环的稳定性可以用 $F(x_i)$ 的导数来检验, 由 $F'(x_{11}^*) = F'(x_{12}^*) = f'(x_{11}^*) f'(x_{12}^*) = 5 - N_i^2 v_i^2$ 可知, 在分岔刚完成后它的值小于 1, 直到 $v_i N_i$ 的值增加到 $\sqrt{6}$ 时, $F(x_i)$ 的导数恰好等于 -1。这时第二次 flip 分岔发生, 二周期不动点变成四周期。同样, 随着 $v_i N_i$ 的不断上升, flip 分岔越来越频繁地发生, 出现了无限多的 2^n 周期, 最终造成动态系统进入混沌。

在保证只改变参数 v_1 , 其余参数固定不变的情况下: 当参数 v_1 的值达到 $2/N_1$ 时, 动态系统中的量子策略 x_1 发生第一次 flip 分岔使其从量子 Nash 均衡状态变成二周期状态; 当 $v_1 = \sqrt{6}/N_1$ 时, 系统的量子策略 x_1 发生第二次 flip 分岔, 以此类推服务集成商的量子策略 x_1 最终进入混沌状态。与此同时, 在这种情况下服务提供商的量子策略 x_2 一直没有任何变化。类似地, 参数 v_2 的变化只对量子策略 x_2 有影响。从经济角度来说, 在量子纠缠 $\gamma=0$ 时, 服务供应链中一家企业的调整速度只对其自身的动态行为有影响, 显然这不符合现实的经济情况。

由以上研究可知, 在现实的经济环境下, 一家企业服务质量改进程度的策略调整一定会影响在同一个动力系统中另一家企业的动力学行为。不为零的量子纠缠程度使两家企业存在一种间接关系, 这可用来解决服务集成商和服务提供商之间不合作的不现实问题。

5 数值模拟

利用数值模拟的方法直观分析参数对量子博弈动态系统动力学行为的影响。主要运用单参数分岔图和吸引盆将系统的动力学行为进行详细分析,得到在服务供应链中,两家企业如何根据相互的影响来调整自己的策略,使市场长久地维持稳定状态。值得关注的是,量子博弈动态系统想要达到量子 Nash 均衡状态,需要两家企业的服务质量改进策略进行反复博弈。模型中的各参数赋值为

$$a=2.1156, b=1.3717, \omega=2.5828, p=4.9510, c_1=2.2349, c_2=1.9046。$$

图 1 展示了量子纠缠 γ 分别为 0.1437, 0.2000 和 0.2437 时系统的动力学行为(参数 $\nu_2=0.4865$)。从图 1 不难发现,随着服务集成商调整速度 ν_1 的增加,量子博弈动态系统经历多次 flip 分岔使其从量子 Nash 均衡状态变为混沌状态。此外,随着量子纠缠程度增大,系统维持量子 Nash 均衡状态的参数 ν_1 区间变小,同时系统出现分岔和混沌的可能性变大。

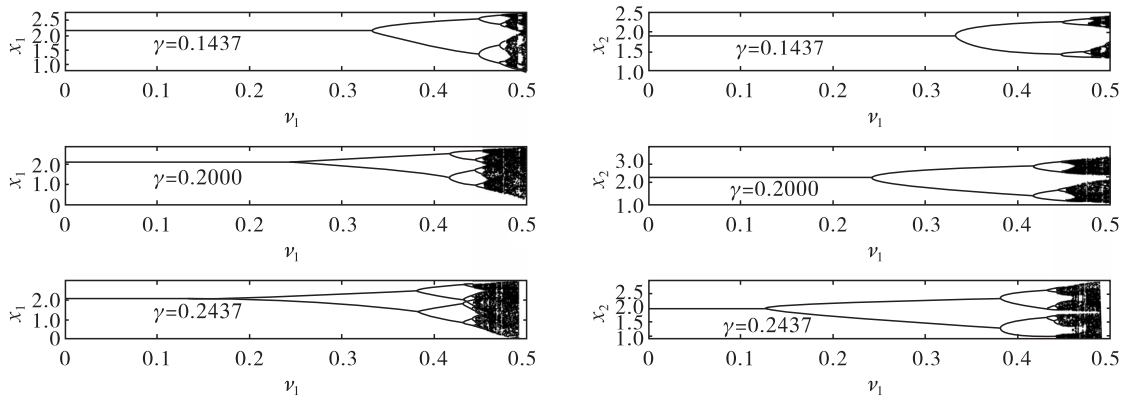


图 1 当 $\gamma=0.1437, 0.2000, 0.2437$ 时,量子策略随 ν_1 变化的单参数分岔图

固定参数 $\nu_2=0.4865, D_0=0.2941, g=0.2374, M=0.5309$ 得到图 2。由图 2 可知,随着量子纠缠不断增大,系统在维持量子 Nash 均衡状态时,服务集成商的量子利润 π_1^Q 从 10.8534 增加到 11.6639,服务提供商的量子利润 π_2^Q 从 13.7114 增加到 14.1880。由此可知,量子纠缠是影响服务集成商和服务提供商量子利润的关键因素。在图 2 中,当服务集成商调整速度 ν_1 的值维持在较小范围内时,随着量子纠缠不断增大,两家企业的量子利润不断提高,并且整个供应链市场处于稳定状态,这是企业最希望看到的结果。

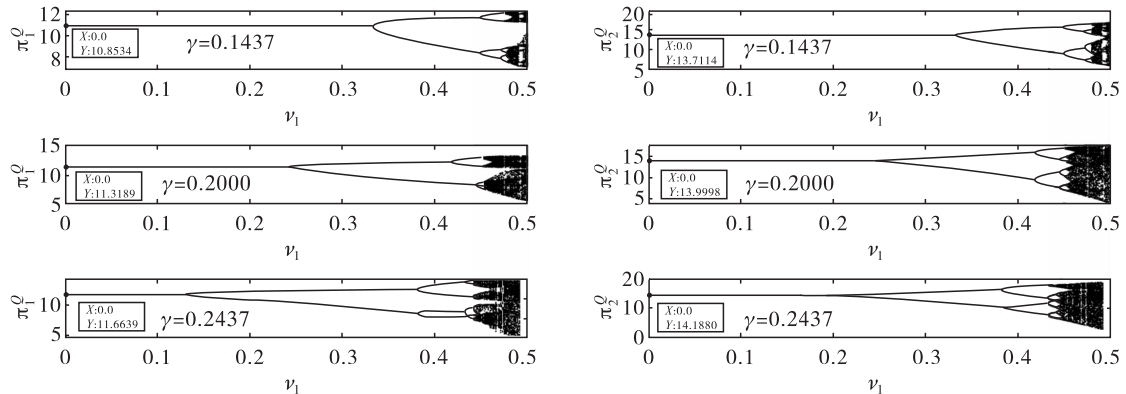


图 2 当 $\gamma=0.1437, 0.2000, 0.2437$ 时,量子利润随 ν_1 变化的单参数分岔图

量子博弈动态系统中初始条件跟随时间的长期演化过程非常复杂。多个吸引子共存的特殊情况经常出现。多个吸引子共存意味着服务供应链中两家企业选择不同的初始条件,在系统的长期动态演化过程中最终会收敛到不同的状态,也称为多稳态运动。利用吸引盆对系统的全局动力学行为进行分析。为了

区分,用不同的形状表示不同的吸引子。固定参数 $v_1=0.4288, v_2=0.4865$ 得到图 3、图 4。图 3 展示了一组星状吸引子和一组点状吸引子的共存现象,其中最终会收敛到星状吸引子的初始条件界定在用白色描绘的吸引盆中,而经过系统的有限次迭代最终收敛到点状吸引子的初始条件界定在用浅灰色描绘的吸引盆中。此外,在深灰色区域中的点的轨迹最终会走向无穷远处。

由图 3 可知,当 $\gamma=0.3360$ 时,位于白色吸引盆中的 5 周期星状吸引子和位于浅灰色吸引盆中的 8 周期点状吸引子共存。当量子纠缠程度 γ 增加到 0.3454 时,图 4 中的浅灰色吸引盆似乎融化了,表现为白色吸引盆的区域内出现很多浅灰色的点,这意味着原来收敛到星状吸引子的初始值转变为最终轨迹收敛到点状吸引子。除此之外,点状吸引子演变成 12 片混沌吸引子的同时,星状吸引子融合成一个近似直线的混沌吸引子。

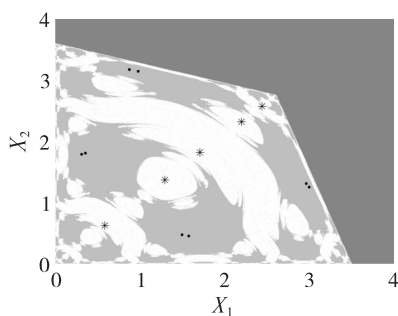


图 3 当 $\gamma=0.3360$ 时,共存吸引子及其吸引盆

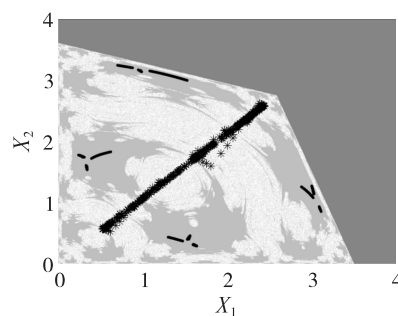


图 4 当 $\gamma=0.3454$ 时,共存吸引子及其吸引盆

6 结论

本文根据 Li-Du-Massar 量子方案和动态调整机制建立了服务供应链量子博弈动态模型,分析了量子均衡点的局部稳定性。通过讨论量子纠缠程度等于零时系统的动力学行为,发现了一家企业调整速度的变化只对其自身的动态演化有影响,而对另一家企业的动力学行为没有影响,这意味着量子纠缠的引入改变了动态市场下服务集成商和服务提供商之间不合作的关系。对此,重点研究了量子纠缠和调整速度对量子博弈动态系统的影响。数值模拟结果表明:随着量子纠缠的增加,量子博弈动态系统的稳定性降低,并且只有在调整速度维持在较小范围内时,才能使系统处于量子 Nash 均衡状态。除此之外,量子纠缠的增加会提升两家企业的量子利润。本文还分析了系统的多稳态运动,并发现初始条件的细微变动会引起服务质量改进策略的激烈变化。

参考文献:

- [1] LIU W, WANG Y. Quality control game model in logistics service supply chain based on different combinations of risk attitude[J]. International journal of production economics, 2015, 161: 181-191.
- [2] SRIRAM S, CHINTAGUNTA P K, MANCHANDA P. Service quality variability and termination behavior[J]. Management science, 2015, 61(11): 2739-2759.
- [3] MEYER D A. Quantum strategies[J]. Physical review letters, 1999, 82(5): 1052-1055.
- [4] EISERT J, WILKENS M, LEWENSTEIN M, et al. Quantum games and quantum strategies[J]. Physical review letters, 1999, 83(15): 3077-3080.
- [5] LI H, DU J, MASSAR S. Continuous-variable quantum games[J]. Physics letters A, 2002, 306(2/3): 73-78.
- [6] ZHANG C, XING P, WANG J. Quality effort decision in service supply chain with quality preference based on quantum game[J]. International journal of modern physics C, 2015, 26(7): 1550073.

- [7] XING P, ZHANG C, YU S. Service quality decision in service supply chain considering supervision behavior based on quantum game[C]//International conference on modelling, simulation and optimization technologies and applications: MSOTA 2016, Xiamen, China, 8-19 December 2016. Paris: Atlantis Press, 2016: 155-160.
- [8] 吴选玉. 考虑质量水平的供应链协调决策模型的复杂性研究与控制[J]. 滨州学院学报, 2019, 35(6): 49-59.
- [9] YANG Z, GONG Q. Nonlinear dynamics of continuous-variable quantum games with bounded rationality[J]. Quantum information processing, 2018, 17(11). DOI: 10.1007/s11128-018-2079-3.
- [10] ZHANG X, SUN D, JIANG W. The chaotic dynamics of a quantum Cournot duopoly game with bounded rationality[J]. International journal of quantum information, 2020, 18(6): 2050029. DOI: 10.1142/S021974992050029X.
- [11] 朱唯唯. 梯度调整机制下量子 Cournot 模型的动力学分析[J]. 洛阳理工学院学报(自然科学版), 2022, 32(3): 81-88.
- [12] GURNANI H, ERKOC M. Supply contracts in manufacturer-retailer interactions with manufacturer-quality and retailer effort-induced demand[J]. Naval research logistics, 2008, 55(3): 200-217.
- [13] NI D, LI K W. A game-theoretic analysis of social responsibility conduct in two-echelon supply chains[J]. International journal of production economics, 2012, 138(2): 303-313.
- [14] YU Y, YU W S. The stability and duality of dynamic Cournot and Bertrand duopoly model with comprehensive preference[J]. Applied mathematics and computation, 2021, 395: 125852. DOI: 10.1016/j.amc.2020.125852.

Dynamic Analysis of Quantum Game Model of Supply Chain Considering Service Quality

GUO Qingyu

(School of Mathematics and Physics, Lanzhou Jiaotong University, Lanzhou 730070, China)

Abstract: In the service supply chain, the service quality improvement degree of the two enterprises is studied. Firstly, the quantum game static model is established by introducing quantum entanglement, and the optimal strategies and optimal quantum profits of the two enterprises are obtained. Then, the gradient adjustment mechanism is introduced to establish the quantum game dynamic model, and the stability and complex dynamic behavior of the system are studied. The two cases of quantum entanglement disappearance and non-zero are discussed emphatically. The research shows that the increase of quantum entanglement will reduce the stability of the system and improve the possibility of bifurcation and chaos. In addition, the introduction of quantum entanglement solves the problem of lack of cooperation between the two enterprises, which is more in line with the realistic economic situation.

Keywords: service quality; quantum entanglement; stability; bifurcation; multi-stability motion

(责任编辑: 贾晶晶)