【基础理论研究】微分方程与动力系统专题

双 Heston 跳扩散下带随机利率模型的欧式期权定价

杜文璇

（兰州财经大学 统计与数据科学学院，甘肃 兰州 730020）

摘　要：考虑到金融资产价格的波动性及跳跃现象，提出了双 Heston 跳扩散下带随机利率模型。在风险中性测度下给出了零息债券的价格，利用远期测度变换、傅立叶逆变换以及 Feynman-Kac 定理给出了级数形式的欧式期权定价公式，并通过数值模拟验证了模型的有效性。

关键词：期权定价；跳扩散；双 Heston 随机波动率；随机利率；风险中性原理

中图分类号：O 211.6　**文献标识码：**A　DOI:10.13486/j.issn.2097-4973.2025.02.014

0 引言

在金融市场中，研究期权定价对精准评估衍生品价值、优化投资策略意义重大，尤其在航空领域，可助力企业对冲燃油价格、汇率波动等风险，提高风险管理水平。在经典 Black-Scholes(B-S)[1] 模型中，Black 等创新性地运用几何布朗运动为期权定价奠定了重要的理论基石。期权定价领域主要涵盖随机波动率[2]、跳扩散[3-4]以及随机利率[5-6]等关键方向。近年来，文献[7]得到了跳扩散下的亚式期权定价公式，文献[8]在混合高斯过程和跳环境下得到了带交易费用的资产价格。文献[9]考虑一个一般随机波动率跳跃扩散模型，引入现代市场波动性的交易代理，证明了定价问题的强解存在。文献[10]研究结果表明，隐含波动率指数(iVIX)的跳跃大小和强度有助于预测上海证券交易所 50ETF 的波动率。

上述文献大都在单因素随机波动率模型下开展研究，涉及双 Heston 随机波动率模型的相关研究较少。不仅如此，过往研究多围绕标的资产价格的某一个或两个特征进行，较少同时从标的资产价格的随机波动率、跳扩散以及随机利率等多个角度探究欧式期权定价问题。然而，从多个维度综合考量，有助于进一步提升定价模型的精确程度，使模型更加贴合金融市场的复杂实际情况。基于此，本文构建了双 Heston跳扩散下带随机利率的模型，并推导出了相应的期权定价公式。

1 双 Heston 跳扩散下带随机利率的模型

假设市场满足条件：(1)市场交易系统具有高度专业化和完备性，交易过程中不收取额外费用，支持无限细节地分割，但不支持空头交易；(2)股票在期权有效期内支付的股息率为零；(3)标的资产价格的跳跃次数服从泊松过程，并且跳跃幅度遵循双指数分布；(4)跳跃幅度、跳跃次数和布朗运动之间相互独立，彼此不相互影响。

收稿日期：2024-05-06

基金项目：兰州财经大学博士研究生科研创新项目(2022D01)

作者简介：杜文璇(2000—　)，女，甘肃兰州人，硕士研究生，主要从事金融统计与风险管理研究。

E-mail:2785978980@qq.com

在概率空间(Ω,F,Q)中，假定标的资产价格遵循随机微分方程

$$dS_t=r_tS_t\,dt+\sqrt{Y_{1,t}}S_t\,dB_{1,t}+\sqrt{Y_{2,t}}S_t\,dB_{2,t}+(e^J-1)S_{t^-}\,dN_t,$$

标的资产的随机波动率 $Y_{1,t}$、$Y_{2,t}$和随机利率 r_t 由下式给出

$$dY_{1,t}=\kappa_1(\theta_1-Y_{1,t})dt+\eta_1\sqrt{Y_{1,t}}\,dW_{1,t},dY_{2,t}=\kappa_2(\theta_2-Y_{2,t})dt+\eta_2\sqrt{Y_{2,t}}\,dW_{2,t},$$

$$dr_t=\alpha(\beta-r_t)dt+\eta\sqrt{r_t}\,dW_{3,t}。\tag{1}$$

其中，S_t 表示在 t 时标的资产的价格；$Y_{1,t}$和 $Y_{2,t}$是两个独立的波动率过程，它们的动态遵循 CIR 过程；$B_{1,t}$和 $B_{2,t}$在 Q 测度下是标准布朗运动，是强度为 λ 的泊松过程；e^J 表示跳跃的幅度，跳跃大小 J 服从不对称的双指数分布，其密度函数为 $\omega(J)$。m_1 是平均跳跃幅度，$m_1=\mathbb{E}[e^J-1]$，并且 $\omega(J)$由下式给出：

$$\omega(J)=p\frac{1}{\eta_1}e^{\frac{-1}{\eta_1}J}1_{\{J\geq0\}}+q\frac{1}{\eta_2}e^{\frac{1}{\eta_2}J}1_{\{J<0\}},0<\eta_1<1,\eta_2>0。$$

式中：$p,q\geq0$ 分别表示向上和向下移动跳跃的概率，$p+q=1$；η_1 和 η_2 分别表示正跳跃和负跳跃的均值。因此，

$$m_1=\frac{p}{1-\eta_1}+\frac{q}{1-\eta_2}-1。$$

此外，κ_1、κ_2 和 α 表示两个不同的波动率的均值回复速率和利率的均值回复速率，并且 θ_1、θ_2 和 β 分别是两个不同的长期波动率均值和长期利率均值，$B_{1,t}$、$B_{2,t}$、$W_{1,t}$、$W_{2,t}$、$W_{(3,t)}$是标准布朗运动。需要特别指出的是，除了

$$dB_{1,t}dW_{1,t}=\rho_1dt,dB_{2,t}dW_{2,t}=\rho_2dt,$$

其他所有的布朗运动都是相互独立的。设 $X_t=\log S_t$，根据 Itô 公式，得

$$dX_t=(r_t-\frac{1}{2}Y_{1,t}-\frac{1}{2}Y_{2,t})dt+\sqrt{Y_{1,t}}\,dB_{1,t}+\sqrt{Y_{2,t}}\,dB_{2,t}+d\sum_{k=1}^{N_t}J_k。\tag{2}$$

其中，J_k 独立且同分布。

引理 1[11]　若无风险利率 r_t 由式(1)给出，则到期日为 T 的零息债券在时刻 t 的价格 $B(r,t,T)$为

$$B(r,t,T)=e^{A(t,T)-C(t,T)r_t}。$$

其中，

$$A(t,T)=-\alpha\beta\left\{\frac{4}{(m-\alpha)(m+\alpha)}\log\frac{2m+(m+\alpha)(e^{m(T-t)}-1)}{2m}+\frac{2}{\alpha-m}(T-t)\right\},$$

$$C(t,T)=\frac{2(e^{m(T-t)}-1)}{2m+(m+\alpha)(e^{m(T-t)}-1)},m=\sqrt{\alpha^2+2\eta^2}。$$

根据引理 1，定义远期测度 Q^T

$$\frac{dQ^T}{dQ}=\frac{\exp(-\int_t^T r_u\,du)}{B(0,T)}。\tag{3}$$

因此，在远期测度 Q^T下，有

$$\begin{cases}dX_t=(r_t-\frac{1}{2}Y_{1,t}-\frac{1}{2}Y_{2,t})dt+\sqrt{Y_{1,t}}\,dB_{1,t}+\sqrt{Y_{2,t}}\,dB_{2,t}+d\sum_{k=1}^{N_t}J_k,\\ dY_{1,t}=\kappa_1(\theta_1-Y_{1,t})dt+\eta_1\sqrt{Y_{1,t}}\,dW_{1,t},\\ dY_{2,t}=\kappa_2(\theta_2-Y_{2,t})dt+\eta_2\sqrt{Y_{2,t}}\,dW_{2,t},\\ dr_t=\alpha(\beta-r_t)dt+\eta\sqrt{r_t}\,dW_{3,t}^N。\end{cases}$$

其中，

$$dW_{3,t}^N=\eta\sqrt{r_t}C(t,T)dt+dW_{3,t}$$

是在 Q^T 下的标准布朗运动。

下一节将推导出双 Heston 跳扩散下带随机利率模型的欧式期权定价公式。

2 欧式期权定价

定理 1 如果期权标的资产价格 X_t 符合式(2)，那么到期时间为 T，执行价格为 K 的欧式看涨期权定价公式为

$$U(S,y_1,y_2,r,t)=B(r,t,T)[P_1-KP_2]。$$

其中，

$$P_1=\int_{\ln K}^{+\infty}\mathrm{e}^y p(y)\mathrm{d}y,P_2=\int_{\ln K}^{+\infty}p(y)\mathrm{d}y。$$

此外，假设 $f(\phi;\tau,x,y_1,y_2,r)$ 是标的资产价格的特征函数，则

$$P_1=f(-\mathrm{j};\tau,T,x,y_1,y_2,r)\left\{\frac{1}{2}+\frac{1}{\pi}\int_0^{+\infty}\mathrm{Re}\left[\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\phi\ln K}f(\phi-\mathrm{j};t,T,x,y_1,y_2,r)}{\mathrm{j}\phi f(-\mathrm{j};t,T,x,y_1,y_2,r)}\right]\mathrm{d}\phi\right\}, \tag{4}$$

$$P_2=\frac{1}{2}+\frac{1}{\pi}\int_0^{+\infty}\mathrm{Re}\left[\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\phi\ln K}f(\phi;\tau,x,y_1,y_2,r)}{\mathrm{j}\phi}\right]\mathrm{d}\phi。 \tag{5}$$

其中，j 是虚数单位，$\phi(\cdot)$表示特征函数，$\mathrm{Re}(\cdot)$表示取实部。

证明 根据风险中性定价原则，到期时间为 T，执行价格为 K 的欧式看涨期权在时间 t 的价格为

$$U(S,y_1,y_2,r,t)=\mathbb{E}_t^Q[\mathrm{e}^{-\int_t^T r(s)\mathrm{d}s}(\mathrm{e}^{X(T)}-\ln K)^+]。 \tag{6}$$

利用计价单位变换，将定价测度从 Q 变换到远期测度 Q^T。根据式(3)(6)转换为

$$U(S,y_1,y_2,r,t)=B(t,T)(\mathbb{E}_t^{Q^T}[\mathrm{e}^{X(T)}1_{\{X(T)\geqslant\ln K\}}]-\mathrm{e}^{\ln k}\mathbb{E}_t^{Q^T}[1_{\{X(T)\geqslant\ln K\}}])。$$

设

$$f(-\mathrm{j};\tau,T,x,y_1,y_2,r)=\mathbb{E}_t^{Q^T}[\mathrm{e}^{\mathrm{i}\phi X(T)}]。$$

根据傅立叶逆变换，得

$$\mathbb{E}_t^{Q^T}[1_{\{X(T)\geqslant\ln K\}}]=\frac{1}{2}+\frac{1}{\pi}\int_0^{+\infty}\mathrm{Re}\left[\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\phi\ln K}f(\phi;t,T,x,y_1,y_2,r)}{\mathrm{j}\phi}\right]\mathrm{d}\phi。$$

设 $p(x)$是 $X(T)$的密度函数，显然，$\frac{\mathrm{e}^x p(x)}{f(-\mathrm{j};t,T,x,y_1,y_2,r)}$是随机变量 Y 的密度函数。因为

$$\mathbb{E}_t^{Q^T}[\mathrm{e}^{\mathrm{i}\phi Y}]=\int_{-\infty}^{+\infty}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\phi y}\frac{\mathrm{e}^y p(y)}{f(-\mathrm{j};t,T,x,y_1,y_2,r)}\mathrm{d}y=$$

$$\frac{1}{f(-\mathrm{j};t,T,x,y_1,y_2,r)}\int_{-\infty}^{+\infty}\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\phi-\mathrm{j})y}p(y)\mathrm{d}y=\frac{f(\phi-\mathrm{j};t,T,x,y_1,y_2,r)}{f(-\mathrm{j};t,T,x,y_1,y_2,r)},$$

所以，密度函数为$\frac{\mathrm{e}^x p(x)}{f(-\mathrm{j};t,T,x,y_1,y_2,r)}$的随机变量的特征函数是$\frac{f(\phi-\mathrm{j};t,T,x,y_1,y_2,r)}{f(-\mathrm{j};t,T,x,y_1,y_2,r)}$。同样，利用傅立叶逆变换，有

$$\mathbb{E}_t^{Q^T}[1_{\{Y\geqslant\ln K\}}]=\int_{\ln K}^{+\infty}\frac{\mathrm{e}^y p(y)}{f(-\mathrm{j};t,T,x,y_1,y_2,r)}\mathrm{d}y=$$

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{\pi}\int_0^{+\infty}\mathrm{Re}\left[\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\phi\ln K}f(\phi-\mathrm{j};t,T,x,y_1,y_2,r)}{\mathrm{j}\phi f(-\mathrm{j};t,T,x,y_1,y_2,r)}\right]\mathrm{d}\phi。$$

因此，

$$\mathbb{E}_t^{Q^T}[\mathrm{e}^{X(T)}1_{\{X(T)\geqslant\ln K\}}]=\int_{\ln K}^{+\infty}\mathrm{e}^x p(x)\mathrm{d}y=$$

$$f(-\mathrm{j};t,T,x,y_1,y_2,r)\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{\pi}\int_0^{+\infty}\mathrm{Re}\left[\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\phi\ln K}f(\phi-\mathrm{j};t,T,x,y_1,y_2,r)}{\mathrm{j}\phi f(-\mathrm{j};t,T,x,y_1,y_2,r)}\right]\mathrm{d}\phi\right)。$$

由式(4)(5)可知，要得到定价公式的封闭形式，只需要求出特征函数在远期测度 Q^T 下的解析表达式。

定理 2　假定期权标的资产价格 X_t 满足式(2)，则条件特征函数 $f(\phi;\tau,x,y_1,y_2,r)$ 为

$$f=\exp\left(F(\phi,\tau)+D_1(\phi,\tau)y_1+D_2(\phi,\tau)y_2+E(\phi,\tau)r+\mathrm{i}\phi x\right)。$$

其中，

$$D_1=\frac{d_1-(\eta_1\rho_1\mathrm{i}\phi-\kappa_1)}{\eta_1^2}\cdot\frac{1-\mathrm{e}^{d_1\tau}}{1-g_1\mathrm{e}^{d_1\tau}},D_2=\frac{d_2-(\eta_2\rho_2\mathrm{i}\phi-\kappa_2)}{\eta_2^2}\cdot\frac{1-\mathrm{e}^{d_2\tau}}{1-g_2\mathrm{e}^{d_2\tau}},$$

$$E=-\frac{2\sum_{n=0}^{+\infty}(n+1)\hat{a}_{n+1}\tau^n}{\eta_2\sum_{n=0}^{+\infty}\hat{a}_n\tau^n},$$

$$F=\frac{\kappa_1\theta_1}{\eta_1^2}\left\{[d_1-(\mathrm{j}\phi\rho_1\eta_1-\kappa_1)]\tau-2\ln\left(\frac{1-g_1\mathrm{e}^{d_1\tau}}{1-g_1}\right)\right\}+$$

$$\frac{\kappa_2\theta_2}{\eta_2^2}\left\{[d_2-(\mathrm{j}\phi\rho_2\eta_2-\kappa_2)]\tau-2\ln\left(\frac{1-g_2\mathrm{e}^{d_2\tau}}{1-g_2}\right)\right\}-\alpha\beta\int_0^\tau\frac{2\sum_{n=0}^{+\infty}(n+1)\hat{a}_{n+1}t^n}{\eta^2\sum_{n=0}^{+\infty}\hat{a}_nt^n}\mathrm{d}t+\lambda\Lambda(\phi)\tau,$$

$$d_1=\sqrt{(\eta_1\rho_1\mathrm{i}\phi-\kappa_1)^2+\eta_1^2(\mathrm{i}\phi+\phi^2)},g_1=\frac{(\eta_1\rho_1\mathrm{i}\phi-\kappa_1)-d_1}{(\eta_1\rho_1\mathrm{i}\phi-\kappa_1)+d_1},$$

$$d_2=\sqrt{(\eta_2\rho_2\mathrm{i}\phi-\kappa_2)^2+\eta_2^2(\mathrm{i}\phi+\phi^2)},g_2=\frac{(\eta_2\rho_2\mathrm{i}\phi-\kappa_2)-d_2}{(\eta_2\rho_2\mathrm{i}\phi-\kappa_2)+d_2},$$

$$\hat{a}_{n+2}=-\frac{\hat{I}_n(\phi)}{2m(n+1)(n+2)},n\geqslant 0,\hat{a}_0=1,\hat{a}_1=0,$$

$$\hat{I}_n=2\alpha m(n+1)\hat{a}_{n+1}+\mathrm{i}\phi\eta^2m\hat{a}_n+(\alpha+m)\sum_{j=1}^{n}(n+2-j)(n+1-j)c_j\hat{a}_{n+2-j}+$$

$$(\alpha^2+\alpha m+2\eta^2)\sum_{j=1}^{n}(n+1-j)c_j\hat{a}_{n+1-j}+\frac{1}{2}\mathrm{i}\phi\eta^2(\alpha+m)\sum_{j=1}^{n}c_j\hat{a}_{n-j},$$

$$c_j=\frac{m^j}{j!},\mathrm{i}=\sqrt{-1}。$$

证明　根据 Feynman-Kac 定理以及 Itô 公式可知，$f(\phi;\tau,x,y_1,y_2,r)$ 满足偏微分方程

$$\begin{aligned}\frac{\partial f}{\partial\tau}=&\left(r_t-\frac{1}{2}Y_{1,t}-\frac{1}{2}Y_{2,t}\right)\frac{\partial f}{\partial x}+\kappa_1(\theta_1-Y_{1,t})\frac{\partial f}{\partial y_1}+\kappa_2(\theta_2-Y_{2,t})\frac{\partial f}{\partial y_2}+\\&\left(\alpha\beta-(\alpha+C(t,T)\eta^2)r_t\right)\frac{\partial f}{\partial r}+\frac{1}{2}\eta_1^2Y_{1,t}\frac{\partial^2 f}{\partial y_1^2}+\frac{1}{2}\eta_2^2Y_{2,t}\frac{\partial^2 f}{\partial y_2^2}+\\&\frac{1}{2}\eta^2r_t\frac{\partial^2 f}{\partial r^2}+\frac{1}{2}(Y_{1,t}+Y_{2,t})\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}+\eta_1Y_{1,t}\rho_1\frac{\partial^2 f}{\partial x\partial y_1}+\eta_2Y_{2,t}\rho_2\frac{\partial^2 f}{\partial x\partial y_2}+\\&\lambda\int_{-\infty}^{+\infty}(f(\phi;\tau,x+J,y_1,y_2,r)-[f(\phi;\tau,x,y_1,y_2,r)\omega](J))\mathrm{d}J。\end{aligned}\tag{7}$$

对于方程(7)右侧的最后一项，有

$$\int_{-\infty}^{+\infty}(f(\phi;\tau,x+J,y_1,y_2,r)-[f(\phi;\tau,x,y_1,y_2,r)\omega](J))\mathrm{d}J=\Lambda(\phi)f(\phi;\tau,x,y_1,y_2,r),$$

其中，

$$\Lambda(\phi)=\frac{p}{1-\mathrm{i}\phi\eta_3}+\frac{q}{1-\mathrm{i}\phi\eta_4}-1。$$

根据文献[11]，$f(\phi;\tau,x,y_1,y_2,r)$ 具有以下形式：

$$f=\exp(F(\phi,\tau)+D_1(\phi,\tau)y_1+D_2(\phi,\tau)y_2+E(\phi,\tau)r+\mathrm{i}\phi x)。\tag{8}$$

将式(8)代入方程(7)，可以进一步得到常微分方程

$$\begin{cases}\dfrac{\mathrm{d}D_1}{\mathrm{d}\tau}=-\dfrac{1}{2}\mathrm{i}\phi-\kappa_1 D_1+\dfrac{1}{2}\eta_1^2 D_1^2-\dfrac{1}{2}\phi^2+\eta_1\rho_1\mathrm{i}\phi D_1,\\ \dfrac{\mathrm{d}D_2}{\mathrm{d}\tau}=-\dfrac{1}{2}\mathrm{i}\phi-\kappa_2 D_2+\dfrac{1}{2}\eta_2^2 D_2^2-\dfrac{1}{2}\phi^2+\eta_2\rho_2\mathrm{i}\phi D_2,\\ \dfrac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}\tau}=\dfrac{1}{2}\eta^2 E^2-[\alpha+C(\tau)\eta^2]E+\mathrm{i}\phi,\\ \dfrac{\mathrm{d}F}{\mathrm{d}\tau}=\kappa_1\theta_1 D_1+\kappa_2\theta_2 D_2+\alpha\beta E+\lambda\Lambda(\phi)。\end{cases}$$

其中，$F(\phi,0)=D_j(\phi,0)=E(\phi,0)=0,j=1,2$。显然，只要求出 $D_j(\phi,\tau)$、$E(\phi,\tau)$、$F(\phi,\tau)$即可。$D_j(\phi,\tau)$是常系数的 Riccati 方程，易得；$E(\phi,\tau)$是变系数的 Riccati 方程，可参考文献[12]来求解；$F(\phi,\tau)$可以通过直接积分计算得到。

引理 2[11] 如果满足条件

$$\tau\leqslant\frac{1}{m}\sqrt{\left[\ln\left(\frac{m-\alpha}{m+\alpha}\right)\right]^2+\pi^2},$$

则级数 $u=\sum_{n=0}^{+\infty}a_n\tau^n$ 收敛。

当计算期权价格时，实际上得到了一个级数解。如果无法证明其收敛性，那么这个解就不能被称为封闭形式；只有当级数解收敛时，特征函数才能被视为收敛。因此，在引理 2 中给出了级数解的收敛半径。

3 数值模拟

本文计算编程均在 Matlab2021a 环境中实现，模型中参数满足费勒条件，即 $2\kappa\theta>\sigma^2$，各参数基本取值如表 1 所示。

表 1 模型参数基本取值

参数	S_0	K	y_1	y_2	r	λ	ρ_1	ρ_2	η	η_1	η_2
值	100	100	0.02	0.03	0.03	0.3	−0.5	−0.4	0.4	0.1	0.2
参数	κ_1	κ_2	α	β	θ_1	θ_2	η_3	η_4	p	q	T
值	3	4	0.3	0.01	0.2	0.1	0.012	0.1	0.5	0.5	1

双 Heston 跳扩散下带随机利率的模型的数值结果见图 1～4。由图 1 可知，随标的资产价格 S 的增加，期权价格不断增加，并且双 Heston 随机波动率模型计算出的期权价格比单 Heston 随机波动率模型计算出的期权价格高一些。这是因为单 Heston 随机波动率模型计算出的期权价格曲线在标的资产价格接近平价时与市场数据较吻合，但在价格极端区域因波动率动态捕捉不足，导致定价偏低；而双 Heston 随机波动率在标的资产价格较高时，能更好地捕捉波动率的尾部效应(如波动率微笑)，从而更精确地定价。

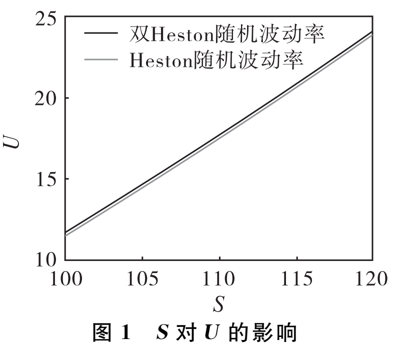

图 1 S 对 U 的影响

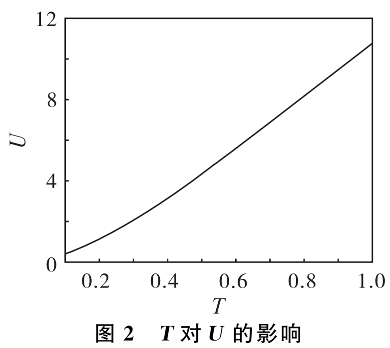

图 2 T 对 U 的影响

由图 2 可知，当到期日 T 不断增加时，期权价格在逐渐增加。由图 3 可知，包含跳跃过程的模型相较

于不包含跳跃过程的模型生成了更高的期权价格。这表明,标的资产回报的不确定性导致更高的期权价格。由图 4 可知,随机强度 λ 对期权价格有显著影响。随着 λ 的增加,期权价格也随之增大。这表明,跳跃风险在单位时间内的平均到达强度越大对股价产生的剧烈波动影响越大,导致股价出现剧烈波动。

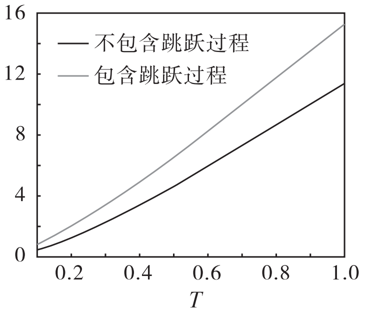

图 3　跳跃过程对 U 的影响

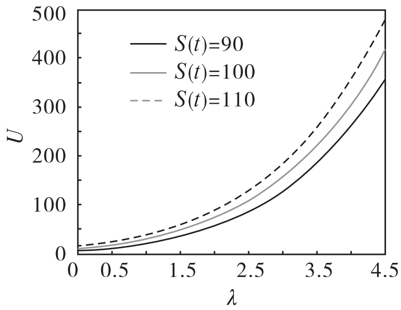

图 4　λ 对 U 的影响

4　结论

本文研究了一种全新的双指数跳扩散模型,其中包含随机利率和双 Heston 随机波动率。运用鞅方法、偏微分方程、Feynman-Kac 定理和傅立叶逆变换等多种数学工具,推导出了欧式看涨期权的价格公式。通过数值计算实例分析发现,期权价格受市场利率、波动率和跳跃风险因素的综合影响。这些研究成果可为进一步研究航空业金融衍生品市场提供参考。

参考文献:

[1]　BLACK F, SCHOLES M. The pricing of options and corporate liabilities[J]. Journal of political economy, 1973, 81(3): 637-654.

[2]　HESTON S L. A closed-form solution for options with stochastic volatility with applications to bond and currency options[J]. The review of financial studies, 1993, 6(2): 327-343.

[3]　MERTON R C. Theory of rational option pricing[J]. The bell journal of economics and management science, 1973, 4(1): 141-183.

[4]　MA Y, PAN D, SHRESTHA K, et al. Pricing and hedging foreign equity options under Hawkes jump-diffusion processes[J]. Physica A: statistical mechanics and its applications, 2020, 537: 122645.

[5]　VASICEK O. An equilibrium characterization of the term structure[J]. Journal of financial economics, 1977, 5(2): 177-188.

[6]　COX J C, INGERSOLL J E, ROSS S A. A theory of the term structure of interest rates[J]. Econometrica, 1985, 53(2): 385-407.

[7]　PARK J J, JANG H J, JANG J. Pricing arithmetic Asian options under jump diffusion CIR processes[J]. Finance research letters, 2020, 34: 101269.

[8]　郭精军,彭波. 基于混合高斯过程和跳环境下带交易费用的资产定价及模拟分析[J]. 应用数学学报, 2022, 45(2): 168-180.

[9]　TIAN Y, ZHANG H. European option pricing under stochastic volatility jump-diffusion models with transaction cost[J]. Computers & mathematics with applications, 2020, 79(9): 2722-2741.

[10]　YE W, XIA W, WU B, et al. Using implied volatility jumps for realized volatility forecasting: evidence from the Chinese market[J]. International review of financial analysis, 2022, 83: 102277.

[11] DUFFIE D,PAN J,SINGLETON K. Transform analysis and asset pricing for affine jump-diffusions [J]. Econometrica,2000,68(6):1343-1376.

[12] HE X J,ZHU S P. A closed-form pricing formula for European options under the Heston model with stochastic interest rate[J]. Journal of computational and applied mathematics,2018,335:323-333.

European option pricing with stochastic interest rates under the double Heston jump-diffusion model

DU Wenxuan

(*School of Statistics and Data Science*, *Lanzhou University of Finance and Economics*, *Lanzhou* 730020, *China*)

Abstract: Given the volatility and jump phenomena of financial asset prices, this paper proposes a stochastic interest rate with a double Heston jump diffusion model. Firstly, the price of a zero-coupon bond is given under the risk-neutral measure; Secondly, by utilizing the forward measure transformation, the Fourier inverse transform, and the Feynman-Kac theorem, a series form of the European option pricing formula is presented, and it is proved that the series solution converges under certain conditions; Finally, the effectiveness of this method is verified through numerical simulations.

Keywords: option pricing; jump diffusion; double Heston random volatility; stochastic interest rates; principle of risk neutrality

(责任编辑:贾晶晶)

引用格式 杜文璇. 双 Heston 跳扩散下带随机利率模型的欧式期权定价[J]. 山东航空学院学报,2025,42(2):102-108.

DU W X. European option pricing with stochastic interest rates under the double Heston jump-diffusion model [J]. Journal of Shandong University of Aeronautics,2025,42(2):102-108.