【基础理论研究】微分方程与动力系统专题

Hessian 方程预定夹角问题的梯度估计

孙文静,韩 菲,袁胜通
(新疆师范大学 数学科学学院,新疆 乌鲁木齐 830017)

摘 要:研究一类 Hessian 方程预定夹角问题,选取适当的辅助函数,利用活动标架法、极大值原理和基本对称函数的性质,在一般结构性条件下,得到当 f 依赖于 x,u,Du 时,该方程解的全局梯度估计。

关键词:完全非线性;Hessian 方程;预定夹角;梯度估计;极大值原理
中图分类号:O 175 **文献标识码**:A DOI:10.13486/j.issn.2097-4973.2024.03.011

0 引言

Hessian 方程是一类典型的完全非线性方程,是从 Laplace 方程到 Monge-Ampere 方程一个离散的扩展,广泛应用于微分几何、凸几何和最优运输问题等领域。Caffarelli 等[1]给出了 Hessian 方程的 Dirichlet 问题可解性的系统研究,Ivochkina[2]研究了更为复杂的 Hessian 方程。此后,研究人员关于 Hessian 方程做了很多研究工作[3-5]。

对于给定边值问题,解的存在性研究尤为重要。边值问题主要分为 Dirichlet 问题、Neumann 问题和斜边值问题。对于 Dirichlet 问题,其解的存在性、正则性已被熟知,详见文献[3-4]。对于 Neumann 问题,文献[6]得到了解的存在性结果并解决了 Trudinger[7]提出的猜想。随后,文献[8]将上述结果推广到了更为一般的 Hessian 商方程上。对于斜边值问题,文献[9-10]给出了有关解的存在性结果,相关的工作还有文献[11]。对于预定夹角问题,解的存在性仍在研究中。解的先验估计对解的存在性研究十分重要。文献[12]利用活动标架法给出平均曲率方程预定夹角问题和 Neumann 问题的边界梯度估计的新证明。利用同样方法,文献[13]给出了 K 曲率方程预定夹角问题的梯度估计。当右端函数 f 与 Du 无关时,文献[14]利用极大值原理给出了 Hessian 方程

$$\begin{cases}\sigma_k(u_{ij})=f(x,u),x\in\Omega,\\ G(x,Du)=0,x\in\partial\Omega\end{cases}$$

预定夹角问题和斜边值问题解的梯度估计。为此,考虑当右端函数 f 与 Du 有关时,Hessian 方程

$$\begin{cases}\sigma_k(u_{ij})=f(x,u,Du),x\in\Omega,\\ \dfrac{\partial u}{\partial\gamma}=-\cos\theta\sqrt{1+|Du|^2},x\in\partial\Omega\end{cases}$$

收稿日期:2024-02-13
基金项目:国家自然科学基金项目(12061078)
第一作者简介:孙文静(1999—),女,河北张家口人,硕士研究生,主要从事几何分析研究。
E-mail:2499346197@qq.com
通信作者简介:韩 菲(1973—),女,江西永新人,教授,博士,硕士生导师,主要从事几何分析研究。
E-mail:137823121@qq.com

预定夹角问题解的全局梯度估计，从而将文献[14]中的 Hessian 方程的预定夹角问题进一步推广到更为一般的方程中。

1 预备知识

设 Ω 是 $\mathbf{R}^n(n\geqslant 2)$ 中一个有界区域，记 $d(x)=\mathrm{dist}(x,\partial\Omega)$，$\Omega_{\mu_1}=\{x\in\Omega:d(x)\leqslant\mu_1\}$。下面介绍基本对称函数 $\sigma_k(\lambda)$ 的定义和基本性质。

定义 1 对 $\forall k=1,2,\cdots,n,\lambda=(\lambda_1,\lambda_2,\cdots,\lambda_n)\in\mathbf{R}^n$，定义

$$\sigma_k(\lambda)=\sum_{1\leqslant i_1<i_2<\cdots<i_k\leqslant n}\lambda_{i_1}\lambda_{i_2}\cdots\lambda_{i_k},\sigma_k(\lambda)=\sigma_k(\lambda|i)+\lambda_i\sigma_{k-1}(\lambda|i),1\leqslant i\leqslant n,$$

$$\sum_{i=1}^{n}\lambda\sigma_{k-1}(\lambda|i)=k\sigma_k(\lambda),\ \sum_{i=1}^{n}\sigma_k(\lambda|i)=(n-k)\sigma_k(\lambda)。$$

定义 2 Garding 锥定义为 $\Gamma_k=\{\lambda\in\mathbf{R}^n:\sigma_i(\lambda)>0,\forall 1\leqslant i\leqslant k\}$。并具有以下性质：若 $\lambda=(\lambda_1,\lambda_2,\cdots,\lambda_n)\in\Gamma_k,\lambda_1\geqslant\lambda_2\geqslant\cdots\geqslant\lambda_n$，则有 $\lambda_k>0,\sigma_{k-1}(\lambda|n)\geqslant\cdots\geqslant\sigma_{k-1}(\lambda|k)\geqslant\cdots\geqslant\sigma_{k-1}(\lambda|1)>0$ 和

$$\sigma_{k-1}(\lambda|k)\geqslant C(n,k)\sum_{i=1}^{n}\sigma_{k-1}(\lambda|i)。\tag{1}$$

命题 1(广义 Newton-Maclaurin 公式) 对任意 $\lambda\in\Gamma_k,n\geqslant k>l\geqslant 0,n\geqslant r>s\geqslant 0,k>n,l>s$ 则有

$$\left(\frac{\sigma_k(\lambda)/C_n^k}{\sigma_l(\lambda)/C_n^l}\right)^{\frac{1}{k-l}}\leqslant\left(\frac{\sigma_r(\lambda)/C_n^r}{\sigma_s(\lambda)/C_n^s}\right)^{\frac{1}{r-s}},\tag{2}$$

当且仅当 $\lambda_1=\lambda_2=\cdots=\lambda_n>0$ 时等号成立。

2 主要结果及证明

定理 1 设 $\Omega\subset\mathbf{R}^n(n\geqslant 2)$ 是一个有界区域，γ 是 $\partial\Omega$ 的单位内法向，设 u 是方程

$$\begin{cases}\sigma_k(u_{ij})=f(x,u,Du),x\in\Omega,\\ \dfrac{\partial u}{\partial\gamma}=-\cos\theta\sqrt{1+|Du|^2},x\in\partial\Omega\end{cases}$$

的 k 阶容许解，并满足 $|u|\leqslant M$。设 $f(x,u,Du)$ 是定义在 $\Omega\times\mathbf{R}\times\mathbf{R}^n$ 的光滑正函数，$\theta(x)$ 是定义在 $\overline{\Omega}$ 上的光滑函数，且存在正常数 b 使得 $|\cos\theta|\leqslant 1-b<1$，非负函数 $h(t)$ 使得当 $t\to\infty$ 时 $\frac{g(t)}{t}\to 0$，

$$|f_x|+|f_z|\cdot|p|+|f_p|\cdot|p^2|\leqslant g(|p^{2k+1}|),p\to\infty,\tag{3}$$

则存在一个正常数 $C=C(M,n,\Omega,b,|\theta|_{C^2(\overline{\Omega})},|f|_{C^1(\Omega\times[-M,M]\times\mathbf{R}^n)})$ 使得 $|Du|\leqslant C$。

证明 设 $v=\sqrt{1+|Du|^2},\omega=v+u_\gamma=v+\sum_{l=1}^{n}u_ld_l\cos\theta$，$h(t)$ 是光滑正函数，τ 是待定正常数。考虑辅助函数 $\Phi=\log\omega+h(u)+\tau d$。设 Φ 在 $x_0\in\overline{\Omega}_\mu$ 达到极大值，其中 $\mu\leqslant\mu_1$ 是一充分小的待定正常数。为证明定理 1，需考虑如下 3 种情形。

情形 1 若 $\Phi(x)$ 在 $x_0\in\partial\Omega_\mu\cap\Omega$ 达到极大值，则由文献[4]中的内部梯度估计，有 $\sup\limits_{\Omega}|Du|\leqslant C$。

情形 2 若 $\Phi(x)$ 在 $x_0\in\partial\Omega$ 达到极大值，选 x_0 处的坐标系使单位内法向量 $\gamma=\frac{\partial}{\partial x_n},\frac{\partial}{\partial x_i}(i=1,2,\cdots,n-1)$ 是 $\partial\Omega$ 上的切向量，有

$$\frac{\partial d}{\partial x_i}=0,\frac{\partial d}{\partial x_n}=1,\frac{\partial^2 d}{\partial x_n\partial x_\alpha}=0,\frac{\partial^2 d}{\partial x_i\partial x_j}=-\kappa_i\delta_{ij},$$

其中，$i,j\in[1,n-1]$，$1\leqslant\alpha\leqslant n$ 和 $\kappa_i(i=1,2,\cdots,n-1)$ 是 $x_0\in\partial\Omega$ 的主曲率。记 k_{ij} 是 $\partial\Omega$ 上关于 γ 的第二基本形式，在 $\partial\Omega$ 上有

$$0=\Phi_i=\frac{\omega_i}{\omega}+h'u_i+\alpha d_i=\frac{\omega_i}{\omega}+h'u_i,i=1,2,\cdots,n-1,\tag{4}$$

$$0\geqslant\Phi_n=\frac{\omega_n}{\omega}+h'u_n+\alpha d_n=\frac{\omega_n}{\omega}+h'u_n+\alpha。\tag{5}$$

注意到

$$\omega_n=v_n+u_{nn}\cos\theta+u_n(\cos\theta)_n=\frac{\sum_{\alpha=1}^{n}u_\alpha u_{\alpha n}}{v}+u_{nn}\cos\theta+u_n(\cos\theta)_n=$$

$$\frac{\sum_{i=1}^{n-1}u_iu_{in}}{v}+\frac{u_nu_{nn}}{v}+u_{nn}\cos\theta+u_n(\cos\theta)_n=\frac{\sum_{i=1}^{n-1}u_iu_{ni}}{v}+\frac{\sum_{i,j=1}^{n-1}u_ik_{ij}u_j}{v}+u_n(\cos\theta)_n,\tag{6}$$

在$\partial\Omega$上关于u_n求导，对$1\leqslant i\leqslant n-1$，得

$$u_{ni}=-(v\cos\theta)_i=-v_i\cos\theta-v(\cos\theta)_i=-(\omega_i-u_{ni}\cos\theta-\sum_{l=1}^{n-1}u_ld_{li}\cos\theta-u_n(\cos\theta)_i)\cos\theta-v(\cos\theta)_i。$$

由式(4)得

$$u_{ni}=\frac{h'\omega u_i\cos\theta+\sum_{l=1}^{n-1}u_ld_{li}\cos^2\theta-v(1+\cos^2\theta)(\cos\theta)_i}{\sin^2\theta}。\tag{7}$$

将式(7)代入式(6)，得

$$\omega_n=\frac{\sum_{i=1}^{n-1}u_iu_{ni}}{v}+\frac{\sum_{i,j=1}^{n-1}u_ik_{ij}u_j}{v}+u_n(\cos\theta)_n=$$

$$\frac{\sum_{i=1}^{n-1}u_i[h'\omega u_i\cos\theta+\sum_{l=1}^{n-1}u_ld_{li}\cos^2\theta-v(1+\cos^2\theta)(\cos\theta)_i]}{v\sin^2\theta}+\frac{\sum_{i,j=1}^{n-1}u_ik_{ij}u_j}{v}+u_n(\cos\theta)_n。\tag{8}$$

下面结果用到事实

$$v^2-1=\sum_{i}^{n-1}u_i^2+u_n^2=\sum_{i}^{n-1}u_i^2+v^2\cos^2\theta。\tag{9}$$

将式(8)(9)代入式(5)，得

$$0\geqslant\Phi_n=-\frac{h'\cos\theta}{v\sin^2\theta}-\frac{(1+\cos^2\theta)\sum_{i=1}^{n-1}u_i(\cos\theta)_i}{\omega\sin^2\theta}+\frac{\sum_{i,l=1}^{n-1}u_lu_id_{li}\cos^2\theta}{\omega v\sin^2\theta}+\frac{\sum_{i,j=1}^{n-1}u_ik_{ij}u_j}{\omega v}+\frac{u_n(\cos\theta)_n}{\omega}+\alpha。$$

不失一般性，可设v足够大，若选取α足够大，则有$0\geqslant\Phi_n>0$，矛盾！这意味着Φ不能在边界达到极大值。

情形3　若$\Phi(x)$在$x_0\in\Omega_\mu$达到极大值，此时可设$|Du|$足够大，使得$|Du|,\omega,v$等价。若无特别说明，在下面计算中均采用Einstein求和约定。直接计算得

$$0=\Phi_i=\frac{\omega_i}{\omega}+h'u_i+\tau d_i,\omega_i=-\omega(h'u_i+\tau d_i)。\tag{10}$$

由ω的定义可知

$$\omega_i=\frac{u_lu_{li}}{v}+(u_ld_l\cos\theta)_i=(\frac{u_l}{v}+d_l\cos\theta)u_{li}+u_ld_{li}\cos\theta+u_ld_l(\cos\theta)_i。\tag{11}$$

因此，

$$-\omega(h'u_i+\tau d_i)=(\frac{u_l}{v}+d_l\cos\theta)u_{li}+u_ld_{li}\cos\theta+u_ld_l(\cos\theta)_i。\tag{12}$$

由式(10)得

$$\Phi_{ij}=\frac{\omega_{ij}}{\omega}-\frac{\omega_i\omega_j}{\omega^2}+h'u_{ij}+h''u_iu_j+\tau d_{ij}=\frac{\omega_{ij}}{\omega}-(h'u_i+\tau d_i)(h'u_j+\tau d_j)+h'u_{ij}+h''u_iu_j+\tau d_{ij}=$$

$$\frac{\omega_{ij}}{\omega}-\tau h'u_id_j-\tau h'u_jd_i-\tau^2d_id_j+h'u_{ij}+[h''-(h')^2]u_iu_j+\tau d_{ij}。$$

根据文献[12-13]，通常在 x_0 点选取坐标系使($u_{ij}(x_0)$)是对角矩阵，以下计算均在 x_0 点进行。记

$$F^{ij}=\frac{\partial\sigma_k(u_{ij})}{\partial u_{ij}},F=\sum_{i=1}^{n}F^{ii},$$

可得

$$0\geqslant F^{ij}\Phi_{ij}=\frac{F^{ij}\omega_{ij}}{\omega}+[h''-(h')^2]F^{ij}u_iu_j+h'F^{ij}u_{ij}+\tau F^{ij}d_{ij}-2\tau h'F^{ij}u_id_j-\tau^2F^{ij}d_id_j=\text{I}+\text{II}+\text{III},$$

其中

$$\text{I}=\frac{F^{ij}\omega_{ij}}{\omega},\text{II}=[h''-(h')^2]F^{ij}u_iu_j,\text{III}=h'F^{ij}u_{ij}+\tau F^{ij}d_{ij}-2\tau h'F^{ij}u_id_j-\tau^2F^{ij}d_id_j。$$

对Ⅲ有，$\text{III}=h'F^{ij}u_{ij}+\tau F^{ij}d_{ij}-2\tau h'F^{ij}u_id_j-\tau^2F^{ij}d_id_j\geqslant-C|Du|F$。下面处理Ⅰ，关键是计算 $F^{ij}\omega_{ij}$。对式(11)求导得

$$\omega_{ij}=(\frac{u_l}{v}+d_l\cos\theta)u_{lij}+(\frac{u_l}{v}+d_l\cos\theta)_ju_{li}+u_{lj}d_{li}\cos\theta+u_l(d_{li}\cos\theta)_j+u_{lj}d_l(\cos\theta)_i+u_l(d_l(\cos\theta)_i)_j=$$

$$(\frac{u_l}{v}+d_l\cos\theta)u_{lij}+(\frac{u_{lj}}{v}-\frac{u_lu_ku_{kj}}{v^3})_ju_{li}+(d_l\cos\theta)_ju_{li}+$$

$$u_{lj}d_{li}\cos\theta+u_l(d_{li}\cos\theta)_j+u_{lj}d_l(\cos\theta)_i+u_l(d_l(\cos\theta)_i)_j。$$

因此，

$$F^{ij}\omega_{ij}=(\frac{u_l}{v}+d_l\cos\theta)D_lf+(\frac{1}{v}-\frac{u_i^2}{v^3})F^{ii}u_{ii}^2+(d_i\cos\theta)_iF^{ii}u_{ii}+$$

$$F^{ii}u_{ii}d_{ii}\cos\theta+F^{ii}u_{ii}d_i(\cos\theta)_i+F^{ij}u_l(d_{li}\cos\theta)_j+F^{ij}u_l(d_l(\cos\theta)_i)_j\geqslant$$

$$(\frac{u_l}{v}+d_l\cos\theta)(f_x+f_uu_i+f_{u_i}u_{il})+(\frac{1}{v}-\frac{u_i^2}{v^3})F^{ii}u_{ii}^2+2(d_i\cos\theta)_iF^{ii}u_{ii}-C|Du|F\geqslant$$

$$(\frac{u_l}{v}+d_l\cos\theta)f_{u_i}u_{il}+(\frac{1}{v}-\frac{u_i^2}{v^3})F^{ii}u_{ii}^2+2(d_i\cos\theta)_iF^{ii}u_{ii}-C|Du|F-C|Du|。$$

据点 x_0 坐标系的选取，式(12)可写成

$$-\omega(h'u_i+\tau d_i)=(\frac{u_i}{v}+d_i\cos\theta)u_{ii}+u_id_{ii}\cos\theta+u_ld_l(\cos\theta)_i,i=1,2,\cdots,n。$$

对指标集 $I=\{i=1,2,\cdots,n\}$，设

$$K=\{i\in I:|d_i\cos\theta|+\frac{b}{8n}\leqslant|\frac{u_i}{v}|\},\tag{13}$$

若设 v 足够大，则显然有 K 非空，可设

$$|\tau d_i|\leqslant\frac{1}{2}h'|u_i|,|u_l(d_l\cos\theta)_i|\leqslant\frac{1}{4}|h'\omega u_i|,i\in K。$$

此时需要 h' 是正有界的，在证明最后通过选取合适的 $h(x)$ 满足正有界条件。在上述假设下，得

$$-Ch'\omega|u_i|\leqslant u_{ii}\leqslant0,i\in K。\tag{14}$$

对 $i\in K$，由式(1)得 $F^{ii}\geqslant F^{kk}\geqslant CF$。由式(3)(12)(13)得

$$u_{li}=(-\omega(h'u_i+\tau d_i)-u_ld_{li}\cos\theta-u_ld_l(\cos\theta)_i)\times\frac{1}{\frac{u_l}{v}+d_l\cos\theta}\geqslant-C|Du|^2-C|Du|\geqslant-C|Du|^2,$$

$$(\frac{u_l}{v}+d_l\cos\theta)f_{u_i}u_{il}\geqslant-Cf_{u_i}|Du|^2\geqslant-C。$$

因此，

$$F^{ij}\omega_{ij}\geqslant\left(\frac{1}{v}-\frac{u_i^2}{v^3}\right)F^{ii}u_{ii}^2+2(d_i\cos\theta)_iF^{ii}u_{ii}-C|Du|F-C|Du|=\sum_{i\in K}\left(\left(\frac{1}{v}-\frac{u_i^2}{v^3}\right)F^{ii}u_{ii}^2-2(d_i\cos\theta)_iF^{ii}u_{ii}\right)+$$
$$\sum_{i\notin K}\left(\left(\frac{1}{v}-\frac{u_i^2}{v^3}\right)F^{ii}u_{ii}^2-2(d_i\cos\theta)_iF^{ii}u_{ii}\right)-(C|Du|F+C|Du|+C)=T_1+T_2+T_3。$$

对 T_1，由式(14)得

$$T_1=\sum_{i\in K}\left(\left(\frac{1}{v}-\frac{u_i^2}{v^3}\right)F^{ii}u_{ii}^2-2(d_i\cos\theta)_iF^{ii}u_{ii}\right)\geqslant\sum_{i\in K}(-2(d_i\cos\theta)_iF^{ii}u_{ii})\geqslant-Cv^2F。\tag{15}$$

对 T_2，由式(13)和 $ax^2+bx\geqslant-\dfrac{b^2}{4a}(a>0)$ 得

$$T_2=\sum_{i\notin K}\left(\left(\frac{1}{v}-\frac{u_i^2}{v^3}\right)F^{ii}u_{ii}^2-2(d_i\cos\theta)_iF^{ii}u_{ii}\right)\geqslant\sum_{i\notin K}\left(\left(\frac{C}{vF^{ii}}(F^{ii}u_{ii}^2)\right)-2(d_i\cos\theta)_iF^{ii}u_{ii}\right)\geqslant-CvF。\tag{16}$$

由式(15)(16)得

$$\mathrm{I}=\frac{F^{ij}\omega_{ij}}{\omega}\geqslant-CvF-CF-C-\frac{C}{v}。$$

对Ⅱ，有

$$\mathrm{II}=[h''-(h')^2]F^{ij}u_iu_j=[h''-(h')^2]\sum_{i=1}^{n}F^{ii}u_i^2\geqslant[h''-(h')^2]\sum_{i\in K}F^{ii}u_i^2\geqslant C[h''-(h')^2]v^2F。$$

由命题 1 中的不等式(2)得 $F\geqslant C>0$。因此，

$$0\geqslant\frac{F^{ij}\Phi_{ij}}{F}=\frac{1}{F}(\mathrm{I}+\mathrm{II}+\mathrm{III})\geqslant C[h''-(h')^2]v^2-Cv-C-\frac{C}{Fv}-\frac{C}{F}\geqslant C[h''-(h')^2]v^2-Cv-C-\frac{C}{Fv}。$$

即

$$\frac{C}{Fv}\geqslant C[h''-(h')^2]v^2-Cv-C。\tag{17}$$

其中，选取 $h(t)=\dfrac{1}{2}\ln\dfrac{1}{(3M-1)}$ 使得 $h''-(h')^2=(h')^2$ 且满足上述所有假设。因此 v 有界。假设 v 无界，当 $v\to\infty$ 时，式(17)为 $0\geqslant\infty$，矛盾！即 $v\leqslant C$。

3　结论

通过引入适当的辅助函数，利用基本对称函数的性质，得到了当右端函数 f 依赖于 x,u,Du 时具有预定夹角问题的 Hessian 方程解的全局梯度估计。证明过程主要利用函数在极大值点的性质，分成极大值点在内部、边界、近边 3 种情形进行讨论。进一步还可以考虑此类方程解的二阶导数估计，从而利用连续性方法讨论解的存在性问题。

参考文献：

[1]　CAFFARELLI L，NIRENBERG L，SPRUCK J. The Dirichlet problem for nonlinear second order elliptic equations，Ⅲ：functions of the eigenvalues of the Hessian[J]. Acta mathematica，1985，155(9)：261-301.

[2]　IVOCHKINA N M. Solution of the Dirichlet problem for some equations of Monge-Ampere type [J]. Sbornik mathematics，1987，56(2)：403-415.

[3]　WANG X J. The k-Hessian equation[J]. Geometric analysis and PDEs，2009，1977：177-252.

[4]　CHOU K S，WANG X J. A variational theory of the Hessian equation[J]. Communications on pure and applied mathematics，2001，54(9)：1029-1064.

[5] GUAN B. The Dirichlet problem for Hessian equations on Riemannian manifolds[J]. Calculus of variations and partial differential equations,1999,8:45-69.

[6] MA X N,QIU G. The Neumann problem for Hessian equations[J]. Communications in mathematical physics,2019,366(1):1-28.

[7] TRUDINGER N S. On degenerate fully nonlinear elliptic equations in balls[J]. Bulletin of the Australian Mathematical Society,1987,35(2):299-307.

[8] CHEN C Q,ZHANG D K. The Neumann problem of Hessian quotient equations[J]. Bulletin of mathematical sciences,2021,11(1):2050018.

[9] URBAS J. Oblique boundary value problems for equations of Monge-Ampere type[J]. Calculus of variations and partial differential equations,1998,7(1):19-39.

[10] JIANG F,TRUDINGER N S. Oblique boundary value problems for augmented Hessian equations Ⅰ[J]. Bulletin of mathematical sciences,2018,8(2):353-411.

[11] 宋欢. Hessian 方程的斜边值问题[D]. 哈尔滨:哈尔滨师范大学,2019.

[12] 麻希南,王培合. 具有给定 Neumann 边值或预定夹角边值的平均曲率方程的边界梯度估计[J]. 中国科学:数学,2018,48(1):213-226.

[13] DENG B,MA X N. Gradient estimates for the solutions of higher order curvature equations with prescribed contact angle[J]. Mathematics in engineering,2023,5(6):1-13.

[14] WANG P H. Gradient estimate of the solutions to Hessian equations with oblique boundary value [J]. Advanced nonlinear studies,2022,22(1):469-483.

Gradient Estimates on Hessian Equations with Prescribed Contact Angle Problem

SUN Wenjing,HAN Fei,YUAN Shengtong

(*School of Mathematical Sciences*,*Xinjiang Normal University*,*Urumqi* 830017,*China*)

Abstract:Hessian equations with prescribed contact angle boundary value has been studied. By choosing a suitable auxiliary functions,using the moving frame method,the maximum principle and the properties of basic symmetric functions,with the general structure condition,the global gradient estimation for the admissible solution of the equations with dependent on x,u and Du has been obtained.

Keywords:fully nonlinear elliptic; Hessian equations; prescribed contact angle; gradient estimates; maximum principle

(责任编辑:贾晶晶)

引用格式 孙文静,韩菲,袁胜通. Hessian 方程预定夹角问题的梯度估计[J]. 山东航空学院学报,2024,41(3):85-90.
SUN W J,HAN F,YUAN S T. Gradient estimates on Hessian equations with prescribed contact angle problem [J]. Journal of Shandong University of Aeronautics,2024,41(3):85-90.